

Arithmétique

Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
<ul style="list-style-type: none"> Il décompose un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation). Il simplifie une fraction pour la rendre irréductible. Il modélise et résout des problèmes mettant en jeu la divisibilité (engrenages, conjonction de phénomènes...). 	<ul style="list-style-type: none"> Il décompose en produit de facteurs premiers (à la main, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation) les entiers naturels suivants : 306 ; 124 ; 2 220. Il rend irréductibles les fractions suivantes : $\frac{66}{30}$; $\frac{12}{51}$ (en question flash). Il rend irréductibles les fractions suivantes : $\frac{140}{340}$; $\frac{7140}{2310}$. Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 153 secondes et l'autre toutes les 187 secondes. À minuit, elles s'allument ensemble. Détermine l'heure à laquelle elles s'allumeront de nouveau ensemble. 	<p>La notion de fraction irréductible est abordée, en lien avec celles de multiple et de diviseur qui sont travaillées tout au long du cycle.</p> <p>La notion de fraction irréductible est introduite.</p> <p>L'utilisation d'un tableur, d'un logiciel de programmation ou d'une calculatrice permet d'étendre la procédure de décomposition en facteurs premiers.</p>

Introduction : Activité 1 p 20

I. Rappels sur la division euclidienne

On utilise la division euclidienne pour résoudre des problèmes de partage avec les nombres entiers

- Définition** : Effectuer la division euclidienne de a par $b \neq 0$, c'est trouver deux nombres q et r (le quotient et le reste) tels que :

$$a = b \times q + r \quad \text{où } r < b$$

- Exemple** :
- dividende

→

$$\begin{array}{r} 187 \\ - 13 \\ \hline 57 \\ - 52 \\ \hline 5 \end{array}$$

←

diviseur

→

$$\begin{array}{r} 13 \\ 14 \\ \hline 14 \end{array}$$

←

reste

→

quotient
- $5 < 13$

Conclusion : $187 = 13 \times 14 + 5$

- Exercices** : 15 – 16 – 17 – 18 – (19) – 24 p 24 : technique opératoire
20 – 21 – 22 – 23 à 28 p 24 : résolution de problèmes

- S2
- Remarque : Si le reste de la division euclidienne de a par b est nul, on dit que :
 - a est un multiple de b
 - b est un multiple de a
 - a est divisible par b

- Attention : Ne pas confondre division euclidienne et décimale ! Par exemple $10 \div 4 = 2,5$ (pas de reste) mais 10 n'est pas divisible par 4.

- Méthode : Trouver tous les diviseurs de 36 : On va jusqu'à $\sqrt{36}$

1	2	3	4	6
36	18	12	9	6

- Exercices : 29 à 31 – 34 – 35 et 36 p 25 – 26

Critères de divisibilité

S3

Critère de divisibilité par 2

Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

Exemple : 15 738 est divisible par 2 car il se termine par 8 qui est un nombre pair.

Critère de divisibilité par 5

Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Exemple : 1 275 est divisible par 5 car il se termine par 5.

Critère de divisibilité par 10

Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0.

Exemple : 1 270 est divisible par 10 car il se termine par 0.

Critère de divisibilité par 3

Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Exemple : 35 796 825 est divisible par 3 car $3 + 5 + 7 + 9 + 6 + 8 + 2 + 5 = 45$
et nous voyons que 45 est divisible par 3. On a même $4 + 5 = 9$ (divisible par 3).

Critère de divisibilité par 4

Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

Exemple : 356 548 est divisible par 4 car il se termine par 48 et nous voyons que 48 est divisible par 4.

Critère de divisibilité par 9

Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemple : 423 est divisible par 9 car $4 + 2 + 3 = 9$ et 9 est divisible par 9.

- Exercices : 37 à 41 p 26 + 32 et 33 p 25

S4

II. Nombre premier

- Définition : Un nombre $n > 1$ est un **nombre premier** s'il ne possède que 2 diviseurs : 1 et lui-même.
 - Exemples : 1 n'est pas premier. 8 n'est pas premier car il est divisible par 1, 2, 4...
13 et 17 sont des nombres premiers
 - Exercices : 43 – 44 – (45) – 46 – 47 p 27 + Jeu de Juniper Green : Prévoir fiches
-

S5

III. Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers

- Propriété : **Tout nombre peut être décomposé de façon unique en un produit de facteurs premiers**
- Méthode : Décomposons 162 :

$$\begin{array}{l}
 162 = 2 \times 81 \\
 81 = 3 \times 27 \\
 27 = 3 \times 9 \\
 9 = 3 \times 3 \\
 3 = 3 \times 1 \leftarrow \text{Stop}
 \end{array}$$

$$\boxed{\text{Conclusion : } 162 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

- Méthode : Utilisation de la calculatrice (Touche Décomp)
 - Exercices : 48 – 49 – 50 p 27
-

- Application : Simplifier une fraction pour la rendre irréductible (c'est-à-dire la plus simple possible)

S6

- Méthode : Simplifier au maximum $\frac{162}{2520}$

On connaît la décomposition de 162 (voir plus haut). Décomposons 2520 :

$$\begin{array}{l}
 2520 = 2 \times 1260 \\
 1260 = 2 \times 630 \\
 630 = 2 \times 315 \\
 315 = 3 \times 105 \\
 105 = 3 \times 35 \\
 35 = 5 \times 7 \\
 7 = 7 \times 1
 \end{array}$$

$$\boxed{\text{Conclusion : } 2520 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7}$$

$$\text{On en déduit que } \frac{162}{2520} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{3 \times 3}{5 \times 7} = \frac{9}{35}$$

- Exercices : 51 – 52 p 27 – 58 p 28
-