

# Arithmétique

Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
<ul style="list-style-type: none"> <li>Il décompose un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation).</li> <li>Il simplifie une fraction pour la rendre irréductible.</li> <li>Il modélise et résout des problèmes mettant en jeu la divisibilité (engrenages, conjonction de phénomènes...).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Il décompose en produit de facteurs premiers (à la main, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation) les entiers naturels suivants : 306 ; 124 ; 2 220.</li> <li>Il rend irréductibles les fractions suivantes : <math>\frac{66}{30}</math> ; <math>\frac{12}{51}</math> (en question flash).</li> <li>Il rend irréductibles les fractions suivantes : <math>\frac{140}{340}</math> ; <math>\frac{7140}{2310}</math>.</li> <li>Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 153 secondes et l'autre toutes les 187 secondes. À minuit, elles s'allument ensemble. Détermine l'heure à laquelle elles s'allumeront de nouveau ensemble.</li> </ul>	<p>La notion de fraction irréductible est abordée, en lien avec celles de multiple et de diviseur qui sont travaillées tout au long du cycle.</p> <p>La notion de fraction irréductible est introduite.</p> <p>L'utilisation d'un tableur, d'un logiciel de programmation ou d'une calculatrice permet d'étendre la procédure de décomposition en facteurs premiers.</p>

Introduction : Activité 1 p 20

## I. Rappels sur la division euclidienne

On utilise la division euclidienne pour résoudre des problèmes de partage avec les nombres entiers

- Définition : Effectuer la division euclidienne de  $a$  par  $b \neq 0$ , c'est trouver deux nombres  $q$  et  $r$  (le quotient et le reste) tels que :

$$a = b \times q + r \quad \text{où } r < b$$

- Exemple :

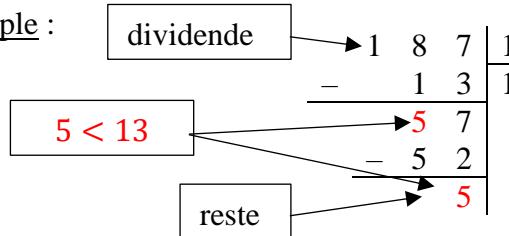
dividende

diviseur

quotient

reste

5 < 13



$$\text{Conclusion : } 187 = 13 \times 14 + 5$$

- Exercices : 15 – 16 – 17 – 18 – (19) – 24 p 24 : technique opératoire  
20 – 21 – 22 – 23 à 28 p 24 : résolution de problèmes

S2

- Remarque : Si le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$  est nul, on dit que :
  - $a$  est un multiple de  $b$
  - $b$  est un multiple de  $a$
  - $a$  est divisible par  $b$
- Attention : Ne pas confondre division euclidienne et décimale ! Par exemple  $10 \div 4 = 2,5$  (pas de reste) mais  $10$  n'est pas divisible par  $4$ .
- Méthode : Trouver tous les diviseurs de  $36$  : On va jusqu'à  $\sqrt{36}$ 

1	2	3	4	6
36	18	12	9	6
- Exercices : 29 à 31 – 34 – 35 et 36 p 25 – 26

---

## Critères de divisibilité

S3

### Critère de divisibilité par 2

Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

Exemple : 15 738 est divisible par 2 car il se termine par 8 qui est un nombre pair.

### Critère de divisibilité par 5

Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Exemple : 1 275 est divisible par 5 car il se termine par 5.

### Critère de divisibilité par 10

Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0.

Exemple : 1 270 est divisible par 10 car il se termine par 0.

### Critère de divisibilité par 3

Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Exemple : 35 796 825 est divisible par 3 car  $3 + 5 + 7 + 9 + 6 + 8 + 2 + 5 = 45$   
et nous voyons que 45 est divisible par 3. On a même  $4 + 5 = 9$  (divisible par 3).

### Critère de divisibilité par 4

Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

Exemple : 356 548 est divisible par 4 car il se termine par 48 et nous voyons que 48 est divisible par 4.

### Critère de divisibilité par 9

Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemple : 423 est divisible par 9 car  $4 + 2 + 3 = 9$  et 9 est divisible par 9.

- Exercices : 37 à 41 p 26 + 32 et 33 p 25

---

S4

II. Nombre premier

- Définition : Un nombre  $n > 1$  est un **nombre premier** s'il ne possède que 2 diviseurs : 1 et lui-même.
- Exemples : 1 n'est pas premier. 8 n'est pas premier car il est divisible par 1, 2, 4... 13 et 17 sont des nombres premiers
- Exercices : 43 – 44 – (45) – 46 – 47 p 27 + Jeu de Juniper Green : Prévoir fiches

---

S5

III. Décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers

- Propriété : **Tout nombre peut être décomposé de façon unique en un produit de facteurs premiers**

- Méthode : Décomposons 162 :

$$\begin{aligned} 162 &= 2 \times 81 \\ 81 &= 3 \times 27 \\ 27 &= 3 \times 9 \\ 9 &= 3 \times 3 \\ 3 &= 3 \times 1 \end{aligned}$$

Stop

*Conclusion :  $162 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$*

- Méthode : Utilisation de la calculatrice (Touche Décomp)
- Exercices : 48 – 49 – 50 p 27

---

- Application : Simplifier une fraction pour la rendre irréductible (c'est-à-dire la plus simple possible)

S6

- Méthode : Simplifier au maximum  $\frac{162}{2520}$

On connaît la décomposition de 162 (voir plus haut). Décomposons 2520 :

$$2520 = 2 \times 1260$$

$$1260 = 2 \times 630$$

$$630 = 2 \times 315$$

$$315 = 3 \times 105$$

$$105 = 3 \times 35$$

$$35 = 5 \times 7$$

$$7 = 7 \times 1$$

*Conclusion :  $2520 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$*

On en déduit que  $\frac{162}{2520} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{3 \times 3}{5 \times 7} = \frac{9}{35}$

- Exercices : 51 – 52 p 27 – 58 p 28

---