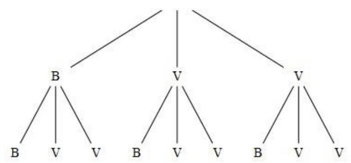
Probabilités

Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
• À partir de dénombrements, il calcule des probabilités pour des expériences aléatoires simples à une ou deux épreuves. • Il fait le lien entre stabilisation des fréquences et probabilités.	♦ On suppose que, pour un couple, la probabilité d'avoir une fille ou un garçon est la même. Un couple souhaite avoir deux enfants. Calcule, en explicitant les issues possibles, la probabilité d'avoir deux garçons. Calcule la probabilité que le couple ait au moins une fille. Il peut utiliser le fait que c'est l'événement contraire d'avoir deux garçons. ♦ On pioche, deux fois de suite et avec remise, une boule dans une urne contenant une boule bleue et deux boules violettes. Détermine la probabilité de tirer successivement deux boules violettes, en utilisant une méthode de dénombrement, qui peut par exemple prendre appui sur l'arbre suivant :  ♦ On donne les fréquences d'apparition de chaque face d'un dé pour 10 000 lancers. L'élève interprète les résultats en les comparant aux probabilités théoriques. ♦ L'élève interprète des simulations effectuées sur tableur ou logiciel de programmation en fonction d'un nombre de lancers.	Le constat de la stabilisation des fréquences s'appuie sur la simulation d'expériences aléatoires à une épreuve à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation. Les calculs de probabilités, à partir de dénombrements, s'appliquent à des contextes simples faisant prioritairement intervenir une seule épreuve. Dans des cas très simples, il est cependant possible d'introduire des expériences à deux épreuves. Les dénombrements s'appuient alors uniquement sur des tableaux à double entrée, la notion d'arbre ne figurant pas au programme. Les élèves simulent une expérience aléatoire à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation.

Introduction : Chaque élève lance un dé 50 fois et note le nombre d'apparition de la face 5. Les résultats sont récapitulés dans un tableur et on trace le graphique des fréquences obtenues. (Activité lancer de dé – touche F9 pour actualiser les résultats)

Interprétation des résultats : Plus on prend en considération un grand nombre d'élèves, plus la fréquence d'apparition de la face 5 se rapproche de 0,16. Or comme il y a 6 faces sur un dé, on constate que cela correspond à la fraction $\frac{1}{6}$, soit 1 chance sur 6 d'obtenir un 5. C'est ce qu'on appelle la probabilité.

S1
+
S2

I. Vocabulaire

- Définition : Une expérience aléatoire est une expérience issue du hasard dont tous les résultats possibles sont connus. Les résultats possibles sont aussi appelés des issues.

- Exemple : « Lancer un dé » ou « Lancer une pièce » sont des expériences aléatoires. Dans la suite de cette leçon, on se placera dans le cadre de l'expérience aléatoire du lancer de dé.

- Définition : Un évènement est une issue ou une combinaison de plusieurs issues de l'expérience. On les note généralement entre guillemets, et on leur donne des lettres.

- Exemple : A = « Obtenir un 2 » ou B = « Obtenir un nombre pair » sont des évènements.

- Propriété : **La probabilité d'un évènement A est la fréquence théorique de réussite de l'évènement. Elle se note $p(A)$ est elle est toujours comprise entre 0 et 1, et on a :**

$$\boldsymbol{p(A) = \frac{nombre\ d'issues\ pour\ l'évènement\ A}{nombre\ d'issues\ totale}}$$

- Exemple : $p(A) = p(\text{« Obtenir 5 »}) = \frac{nombre\ de\ façons\ d'obtenir\ 5}{nombre\ de\ faces\ total\ sur\ le\ dé} = \frac{1}{6}$

  $p(B) = p(\text{« Obtenir un nombre pair »}) = \frac{nombre\ de\ façons\ d'obtenir\ un\ nombre\ pair}{nombre\ de\ faces\ total\ sur\ le\ dé} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

  En effet, il y a 3 faces paires sur le dé.

- Définition : Un évènement est impossible s'il ne peut pas se réaliser.
  Un évènement est certain si on est sûr de le réaliser.

- Exemple : « Obtenir un nombre plus grand que 12 » ou « Obtenir une lettre » sont des évènements impossibles.
  « Obtenir un nombre compris entre 1 et 10 » ou « Obtenir un nombre » sont des évènements certains.

- Propriété : **La probabilité d'un évènement impossible est 0.**
  La probabilité d'un évènement certain est 1.

- Exemple : $p(\text{« Obtenir pile avec un dé »}) = \frac{nombre\ de\ façons\ d'obtenir\ pile\ avec\ un\ dé}{nombre\ de\ faces\ total\ sur\ le\ dé} = \frac{0}{6} = 0$

  $p(\text{« Obtenir un nombre plus petit que 10 »}) = \frac{nombre\ de\ façons\ d'obtenir\ un\ nombre\ plus\ petit\ que\ 10}{nombre\ de\ faces\ total\ sur\ le\ dé} = \frac{6}{6} = 1$

- *Exercices du livre* : 8 – 9 – 14 à 16 p 161 – 19 à 22 p 162

S3
+
S4

II. Evènements contraires – évènements incompatibles

- Définition : Si A est un évènement d'une expérience aléatoire, alors son contraire est noté $\overline{A}$, et parfois appelé « *Non A* »

- Propriété : $\boldsymbol{p(\overline{A}) = 1 - p(A)}$

- Exemples : Si $A =$ « Obtenir un nombre pair » alors $\overline{A} =$ « Obtenir un nombre impair »

Si $B =$ « Obtenir un nombre plus grand que 2 » alors $\overline{B} =$ « Obtenir un nombre plus petit **ou égal** à 2 » (Attention au piège)

Et on a $p(A) = \frac{3}{6}$ donc $p(\overline{A}) = 1 - \frac{3}{6} = \frac{3}{6}$ et comme $p(B) = \frac{4}{6}$ alors $p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{4}{6} = \frac{2}{6}$

- Définition : Si deux évènements A et B ne peuvent pas se réaliser en même temps, on dit qu'ils sont incompatibles.

- Propriété : **Si A et B sont incompatibles alors $p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B)$**

- Exemple : Si $A =$ « Obtenir un nombre pair » et $B =$ « Obtenir un 5 » alors A et B sont incompatibles et $p($« Obtenir un nombre pair » ou « Obtenir un 5 »$) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

- *Exercices du livre* : 10 à 13 p 160 – 18 p 161 – 23 – 24 p 162

S5 + S6

III. Expérience aléatoire à deux épreuves

- Définition : Une expérience aléatoire à deux épreuves consiste à enchaîner deux expériences aléatoires identiques ou différentes.

- Exemples : « Lancer deux pièces » ou « Lancer deux dés à 6 faces » ou « Avoir deux enfants et considérer les sexes de la fratrie » ou « Lancer une pièce puis un dé »…

Il existe plusieurs façons de modéliser de telles expériences, mais on en étudiera principalement deux d'entre elles.

1) Représentation sous forme de tableau

- Exemple : On lance deux dés à 6 faces et on souhaite connaitre le résultat obtenu sur chaque face. On peut récapituler ces résultats à l'aide d'un tableau à double entrée

Dé n°2 / Dé n°1	1	2	3	4	5	6
1	(1 ; 1)	(1 ; 2)	(1 ; 3)	(1 ; 4)	(1 ; 5)	(1 ; 6)
2	(2 ; 1)	(2 ; 2)	(2 ; 3)	(2 ; 4)	(2 ; 5)	(2 ; 6)
3	(3 ; 1)	(3 ; 2)	(3 ; 3)	(3 ; 4)	(3 ; 5)	(3 ; 6)
4	(4 ; 1)	(4 ; 2)	(4 ; 3)	(4 ; 4)	(4 ; 5)	(4 ; 6)
5	(5 ; 1)	(5 ; 2)	(5 ; 3)	(5 ; 4)	(5 ; 5)	(5 ; 6)
6	(6 ; 1)	(6 ; 2)	(6 ; 3)	(6 ; 4)	(6 ; 5)	(6 ; 6)

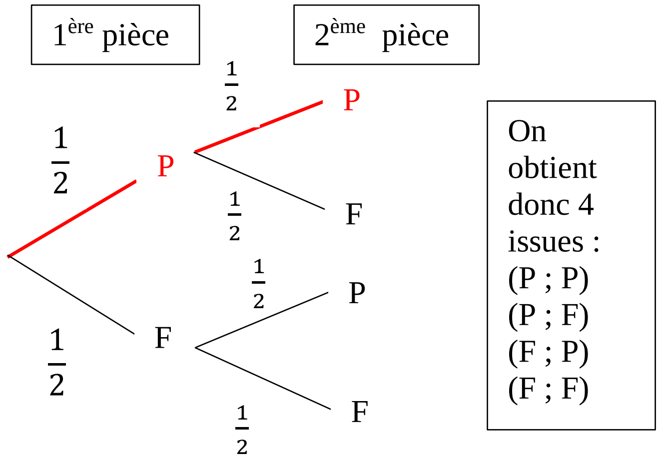
Il y a donc 36 résultats possibles. Le tableau permet de répondre à des questions du type :
$p(\text{"Obtenir deux faces identiques"}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (en jaune dans le tableau)

$p(\text{"Obtenir une somme inférieure ou égale à 5"}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ (en bleu dans le tableau)

2) Représentation à l'aide d'un arbre

On peut utiliser une représentation à l'aide d'un arbre de probabilité sur lequel chaque branche va décrire les résultats (issues) des expériences aléatoires. On inscrit la probabilité des issues sur les branches.

- Exemple : On lance deux pièces et on note P (pile) et F (face) les résultats obtenus.



Cet arbre permet de répondre à des questions du type :

$$p(\text{"Obtenir deux fois pile"}) = \frac{1}{4}.$$

Pour obtenir cette probabilité on le justifie en remarquant qu'il n'y a qu'un seul couple (P ; P) sur 4 issues en tout. On pourra remarquer aussi que l'on obtient $\frac{1}{4}$ en multipliant les probabilités sur le chemin en rouge dans l'arbre

$$p(\text{Obtenir deux faces différentes}) = \frac{nombre\ d'issues\ où\ les\ faces\ sont\ différentes}{nombre\ d'issues\ total} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

On remarquera que dans ce cas on a aussi :

$$p(\text{Obtenir deux faces différentes}) = p(P;F) + p(F;P) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

- *Exercices du livre* : 25 à 35 p 163 – 164
