Nombres en écriture fractionnaire - Pourcentages

<table>
<tr><th>Ce que sait faire l'élève</th><th>Exemple de réussite</th><th>Repères annuels de progression</th></tr>
<tr>
<td rowspan="2">

- Il ajoute des fractions de même dénominateur.

- Il sait utiliser des fractions pour exprimer un quotient. Il comprend que $\frac{a}{b} \times b = a$

- Il sait utiliser des fractions pour rendre compte de mesures de grandeurs.

- Il sait appliquer un pourcentage.

</td>
<td>

♦ Il identifie combien de nombres différents sont écrits dans la liste :
$\frac{1\,284}{10\,000}$; $\frac{1}{4}$; 0,25 ; 1,4 ; $\frac{25}{100}$

♦ Calcule $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$; $\frac{26}{25} + \frac{31}{25} + \frac{43}{25}$; $\frac{7}{2} + \frac{3}{2}$

♦ Il verbalise que sept fois deux septièmes c'est deux, que le septième de deux, c'est deux septièmes et que deux fois un septième c'est deux septièmes.

♦ Il calcule : $\frac{2}{7} \times 7$; $\frac{31}{51} \times 51$

♦ Complète les égalités suivantes : $4 \times \ldots = 8$; $4 \times \ldots = 10$; $4 \times \ldots = 11$

♦ Il exprime la largeur exacte d'un rectangle de longueur 7 cm et d'aire 23 cm². Il encadre la mesure par deux entiers consécutifs de centimètres.

</td>
<td>

En **période 2** l'addition est étendue à des fractions de même dénominateur (inférieur ou égal à 5 et en privilégiant la vocalisation : deux cinquièmes plus un cinquième égale trois cinquièmes).

En **période 3**, les élèves apprennent que $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a (définition du quotient de a par b).

Dès **la période 2**, en relation avec le travail effectué en CM, les élèves appliquent un pourcentage simple (en relation avec les fractions simples de quantité : 10 %, 25 %, 50 %, 75 %).

Dès la **période 3**, ils apprennent à appliquer un pourcentage dans des registres variés.

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

♦ Il calcule et fait le lien entre : la moitié de 28 ; 28 × $\frac{1}{2}$; 50 % de 28,

♦ Il calcule et fait le lien entre : le quart de 80, $\frac{1}{4}$ de 80 et 25 % de 80.

♦ Il sait donner un ordre de grandeur de 48 % de 60,45 €.

♦ Il sait calculer mentalement 50 % de 120 élèves (la moitié, diviser par 2) ; 25 % de 120 (le quart, diviser par 4), 10 % de 120 (le dixième, diviser par 10), 20 % de 120 (2 × 10 %, donc diviser par 10 et multiplier par 2)…

♦ Il sait calculer 13 % de 225 €.

♦ Un collège a 775 élèves. 24 % sont externes. Calcule le nombre d'externes.

</td>
</tr>
</table>

Introduction : Si l'on divise 1 par 3, la calculatrice donne 0,333333333 or si l'on multiplie 0,333333333 par 3, cela donne 0,999999999 et non 1, d'où la nécessité d'introduire un nouveau nombre : $\frac{1}{3}$

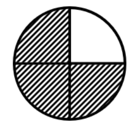
I. Fraction - nombre

S1 + S2

- Définition : Pour tous nombres a et b entiers (avec $b \neq 0$), le nombre $\frac{a}{b}$ s'appelle une fraction.
  a est le numérateur
  b est le dénominateur
  Si a et b sont des nombres décimaux, on dit que $\frac{a}{b}$ est une écriture fractionnaire.

- Exemple et vocabulaire : $\frac{3}{4}$ est une fraction et $\frac{2{,}8}{1{,}15}$ est une écriture fractionnaire.

- Remarques : **Attention, ces remarques sont importantes.**
    - Une fraction représente un partage.
        - Exemple : On a représenté les $\frac{3}{4}$ du disque **donc $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$**



    - Une fraction est un nombre qui est le quotient du numérateur par le dénominateur. Ce nombre peut avoir, dans certains cas mais pas toujours, une écriture décimale.
        - Exemple : $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0{,}75$. On peut écrire $\frac{3}{4}$ en écriture décimale : c'est $0{,}75$.
          $\frac{1}{3} = 1 \div 3 \approx 0{,}33$. On ne peut pas écrire $\frac{1}{3}$ en écriture décimale car elle est infinie. On utilise donc une valeur approchée.
    - Une fraction est une division. Il permet de déterminer le nombre manquant dans une multiplication.
        - Exemple : Dans l'égalité $3 = \blacksquare \times 4$, le nombre manquant est $\blacksquare = \frac{3}{4}$

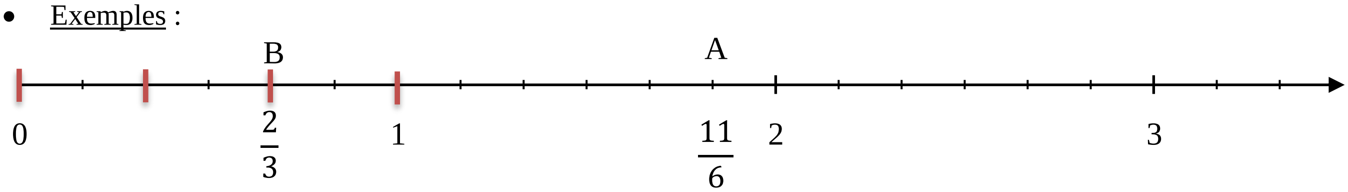
- *Exercices du livre* : Partages : 6 à 8 – 10 à 11 p 33 – 14 p 34
  Vocabulaire et notion de nombre : 20 à 25 p 35 – 26 à 28 p 35 – 30 p 35

S3
+
S4

II. Fraction et droite graduée

- Méthode pour placer une fraction sur une droite graduée (voir vidéo) :
  Pour placer une fraction sur une droite graduée,
  - On regarde d'abord le dénominateur qui représente le nombre de parties égales qui composent chaque unité.
  - On place la fraction à l'aide du numérateur, qui représente le nombre de graduations du dénominateur comptées depuis l'origine.

- Exemples :



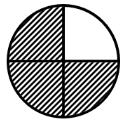
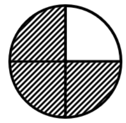
    - Le point A a pour abscisse $\frac{11}{6}$ car chaque unité est partagée en 6 parts égales (petites graduations noires) et A est à la 11$^{\text{ème}}$ graduation noire en partant de O.
    - Le point B a pour abscisse $\frac{2}{3}$ car en partageant chaque unité en 3 parts égales (graduations rouges), le point B est situé à la 2$^{\text{ème}}$ graduation rouge en partant de O.

- Remarques :
    - En observant la droite graduée, on peut remarquer que $\frac{11}{6} = 1 + \frac{5}{6}$. En effet, $\frac{11}{6}$ est situé sur la 5$^{\text{ème}}$ graduation après 1. On justifiera pourquoi cette égalité est vraie plus tard.
    - $1 = \frac{6}{6} = \frac{3}{3}$ et $2 = \frac{12}{6} = \frac{6}{2}$, ce qui est normal car $\frac{6}{6} = 6 \div 6 = 1$ et $\frac{12}{6} = 12 \div 6 = 2$

- *Exercices du livre* : 31 à 38 p 36

S5

III. Addition de fractions

- Introduction : Quel est le résultat de  +  ? (Réponse : $\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{6}{4}$).

- Propriété : **Pour additionner des fractions qui ont le même dénominateur, on additionne les numérateurs.**
  Pour soustraire des fractions de même dénominateur, on soustrait les numérateurs.

- Exemples : $\frac{2}{5}+\frac{7}{5}=\frac{2+7}{5}=\frac{9}{5}$

  $\frac{3}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3-2}{7}=\frac{1}{7}$

  $1+\frac{5}{6}=\frac{6}{6}+\frac{5}{6}=\frac{6+5}{6}=\frac{11}{6}$, ce qui permet de justifier ce qui a été vu dans le paragraphe sur les droites graduées.

- Exercices : fiche (correction)

S6

IV. Prendre une fraction d'une quantité

- Définition : Prendre une fraction d'une quantité revient à effectuer une multiplication.

- Exemples :
  - Prendre les $\frac{3}{4}$ de 100 g $\longrightarrow$ $\frac{3}{4}\times 100$
  - Prendre les $\frac{2}{3}$ *de* 120 L $\longrightarrow$ $\frac{2}{3}\times 120$
  - Prendre le dixième de 20 € $\longrightarrow$ $\frac{1}{10}\times 20$

- Méthode de calcul : Pour calculer les $\frac{3}{4}$ de 100 g, il faut multiplier $\frac{3}{4}\times 100$ ou $100\times\frac{3}{4}$, donc il faut multiplier par 3 et diviser par 4. On peut le faire dans cet ordre ou dans un autre :
  - $100\times\frac{3}{4}=(100\times 3)\div 4=300\div 4=75$
  - Ou $=(100\div 4)\times 3=25\times 3=75$
  - Ou $=(3\div 4)\times 100=0{,}75\times 100=75$

  Dans tous les cas on obtient le même résultat : $\frac{3}{4}\times 100=75$ g

- Exercices : fiche (correction)

- *Exercices du livre* : 15 à 18 p 34

S7

V. Application aux pourcentages

- Définition : Un pourcentage est un nombre qui peut être assimilé à une fraction sur 100.

- Exemple : $15\%=\frac{15}{100}=0{,}15$

- Quelques pourcentages à connaitre :

  - $\mathbf{50\%=\frac{50}{100}=\frac{1}{2}=0,5}$ **(la moitié)**

- $\mathbf{25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25}$ **(le quart)**
- $\mathbf{75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0,75}$ **(les 3 quarts)**
- $\mathbf{10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1}$ **(le dixième)**

* Méthode : A l'aide du paragraphe précédent, on peut ainsi calculer des pourcentages de quantités.

* Exemple : Dans un pot de 250 g de crème fraiche, il y a 30% de matière grasse. Si on veut calculer la quantité de matière grasse contenue dans le pot, on doit calculer :

  $30\% \times 250 = \frac{30}{100} \times 250 = (30 \times 250) \div 100 = 7500 \div 100 = 75$ g
  Il y a donc 75 g de matière grasse dans le pot de 250 g.

* *Exercices du livre* : 46 à 48 p 77 – 50 à 52 p 77
