

# Proportionnalité

Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
<ul style="list-style-type: none"> <li>Il reconnaît une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité entre deux grandeurs.</li> <li>Il partage une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné.</li> <li>Il résout des problèmes de proportionnalité dans diverses situations pouvant faire intervenir des pourcentages ou des échelles. Pour cela, il met en œuvre des procédures variées (additivité, homogénéité, passage à l'unité, coefficient de proportionnalité).</li> <li>Il traduit la relation de dépendance entre deux grandeurs par un tableau de valeur.</li> <li>Il produit une formule représentant la dépendance de deux grandeurs.</li> <li>Il utilise l'échelle d'une carte.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ <b>Exemples de situations de proportionnalité</b> : côté et périmètre d'un carré, diamètre et longueur d'un cercle, masse et prix d'une denrée.</li> <li>♦ <b>Exemples de non-proportionnalité</b> : côté et aire d'un carré, âge et taille d'une personne.</li> <li>♦ Il partage 10 € en deux parts selon le ratio 2: 3.</li> <li>♦ Il retrouve la quantité d'huile et de vinaigre pour 500 mL de vinaigrette réalisée dans le ratio 3: 1.</li> <li>♦ Il partage une masse de 1,2 kg en trois parts selon le ratio 1: 2: 3 pour une recette de cuisine.</li> <li>♦ Il applique et calcule des pourcentages simples (10 % ; 25 % ; 50 %) ou des échelles simples (1: 2 ; 1: 4 ; 1: 10...), éventuellement dans le cadre de la résolution de problèmes.</li> <li>♦ Il calcule une remise pendant les soldes, un prix avant réduction, une distance (réelle, sur une carte).</li> <li>♦ À partir d'une formule donnée, il traduit dans un tableau de valeurs la dépendance entre la distance de freinage et la vitesse, entre la température ressentie pour un vent de 60 km/h et la température ambiante.</li> <li>♦ Il exprime l'aire d'un carré en fonction de la longueur de son côté, le volume d'un cylindre de rayon 3 cm en fonction de sa hauteur.</li> <li>♦ Il calcule une longueur en utilisant l'échelle d'une carte.</li> <li>♦ Il détermine l'échelle d'une carte à partir de longueurs données.</li> </ul>	<p>Les élèves sont confrontés à des situations relevant ou non de la proportionnalité. Des procédures variées (linéarité, passage par l'unité, coefficient de proportionnalité), déjà étudiées au cycle 3, permettent de résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.</p> <p>La dépendance de deux grandeurs est traduite par un tableau de valeurs ou une formule.</p>

## I. Tableaux de proportionnalité

S1

### 1. Reconnaitre une situation de proportionnalité

Lorsque, dans un tableau, on multiplie la 1<sup>ère</sup> ligne par le même nombre pour obtenir la 2<sup>ème</sup> ligne, on dit que l'on est dans une situation de proportionnalité (ou que le tableau est proportionnel).

- Exemple : [Fiche](#)

## EXEMPLE 1

Dans l'équipe de France de rugby, on trouve des joueurs des corpulences très différentes.

a. Calculer pour chacun de ces joueurs le rapport  $\frac{P}{t}$  (c'est à dire  $\frac{\text{Poids}}{\text{taille}}$ ).

b. Est-on dans une situation de proportionnalité ?

	CALIFONA	BOURZET	MOGNE	MACHLAK	BLORY	N' TACKA M
t (m)	1,81	2,03	1,88	1,83	1,80	1,90
P (kg)	105	121	100	85	80	99
$\frac{P}{t}$						

## EXEMPLE 2

Un boucher vend le bœuf à 11,5 € le kg. Pour aider ses clients, il a affiché derrière son comptoir le tableau suivant :

Poids (kg)	0,2	0,5	0,8	1,5	1,8
Prix (€)	2,30	5,75	9,20	17,25	20,70

Vérifier que les clients ne se font pas avoir.

- Exercices : 1 p 161 – 11 à 13 p 162

S2

### 2. Coefficient de proportionnalité – Retour à l'unité

Le coefficient de proportionnalité a souvent une signification (prix d'1 kg – masse d'1 cm<sup>3</sup> – nombre de L par min...)

Il permet de compléter ainsi un tableau en « revenant à l'unité »

- Exemple : 3 tee-shirts coûtent 34,50€. Combien coûtent 5 tee-shirts ?

Nombre de tee-shirts	3	5
Prix en €	34,50	

On cherche le prix d'un tee-shirt :

$$34,50 \div 3 = 11,50.$$

Un tee-shirt coûte 11,50 €, c'est le coefficient de proportionnalité

On cherche le prix de 5 tee-shirts :

$$11,50 \times 5 = 57,5.$$

5 tee-shirts coûtent 57,50 €

- Exercices : 14 – 15 – 16 p 162 – 18 p 162. Que représentent les coefficients de proportionnalité dans chacun des cas ?

S3

### 3. Homogénéité et linéarité – Opérations sur les colonnes

Pour faire des calculs dans un tableau de proportionnalité, on peut aussi travailler sur les colonnes : [fiche](#)

#### Propriétés des tableaux de proportionnalité

Voici deux tableaux de proportionnalité.

##### 1°) Premier tableau

Nombre de cartouches d'encre	2	5	7
Prix en €	13	32,50	x

Compléter :

$$7 = 2 + 5 \text{ donc } x = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

##### 2°) Deuxième tableau

Nombre de cartouches d'encre	2	4	5	50
Prix en €	13	y	32,50	z

Compléter :

$$4 = 2 \times 2 \text{ donc } y = 2 \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$50 = 5 \times 10 \text{ donc } z = \underline{\hspace{2cm}}$$

- Exercices : [fiche](#) + 19 p 162 – 30 p 163 – 22 – 23 – 27 – p 163

## II. Notion de ratio

S4

- Activité d'introduction : Que signifie  $16 : 9$  et  $4 : 3$  ?
- Définition : On dit que  $a$  et  $b$  sont dans le ratio  $2 : 3$  si le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

2	3	Cela signifie aussi que $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$
a	b	

On dit que  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont dans le ratio  $2 : 3 : 7$  si le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

2	3	7	Cela signifie aussi que $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$
a	b	c	

- Exercices : [Fiche](#) + 17 p 162

## III. Pourcentages

S5

### 1. Prendre un pourcentage

Pour prendre  $t\%$  d'un nombre, on multiplie par  $\frac{t}{100}$  :

#### Exemple : (Fiche)

Lors de l'élection des délégués de classe, il y a eu 25 votants au premier tour :

- Jacques a obtenu 36% des votes.
- Lionel a obtenu 32% des votes.
- Édouard a obtenu 24% des votes.
- Robert a obtenu 8% des votes.

#### **a.** Combien de votes a obtenu chaque candidat ?

$$\begin{array}{llll} \text{Jacques : 9 votes.} & \text{Lionel : 8 votes.} & \text{Édouard : 6 votes.} & \text{Robert : 2 votes.} \\ 25 \times \frac{36}{100} & 25 \times \frac{32}{100} & 25 \times \frac{24}{100} & 25 \times \frac{8}{100} \end{array}$$

#### **b.** Compléter le tableau :

	<b>Total</b>	<b>Jacques</b>	<b>Lionel</b>	<b>Édouard</b>	<b>Robert</b>
<b>NOMBRE</b> de votes	25	9	8	6	2
<b>POURCENTAGE</b> de votes (en %)	100	36	32	24	8

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?  Oui  Non

- Remarques : 25% représentent le quart, 50% la moitié, 200% le double,...
- Exercices du manuel : 31 – 32 – 33 p 164 – 35 à 38 p 164

## 2. Calculer un pourcentage

Calculer un pourcentage revient à compléter un tableau de proportionnalité ou à calculer une proportion

### Exemple 1 :

- c. Lors du second tour de cette élection, qui opposait Jacques à Lionel, il y a encore eu 25 votants :  
 → Jacques a obtenu 13 votes.  
 → Lionel a obtenu 12 votes.

Compléter le tableau :

	Total	Jacques	Lionel	
NOMBRE de votes	25	13	12	
POURCENTAGE de votes (en %)	100	52	48	×4

Quel pourcentage de votes a obtenu chaque candidat ?

Jacques : 52 %. Lionel : 48 %.

On cherche le coefficient de proportionnalité (4) et on complète le tableau

- d. Dès qu'il a été élu, Jacques a fait un sondage auprès des 25 élèves de la classe pour savoir ce que l'on pense de lui.

- 8 élèves ont répondu : « Si j'avais su, j'aurais pas voté pour lui ».
- 6 élèves ont répondu : « De toute façon, j'aurais pas voté pour lui ».
- 5 élèves ont répondu : « C'est un lèche-bottes ».
- 3 élèves ont répondu : « La prochaine fois, je gagnerai ! »
- 2 élèves ont répondu : « C'est un petit prétentieux ».
- 1 élève a répondu : « J'aime beaucoup Jacques, car il est beau et intelligent ».

Retrouver le pourcentage d'élève ayant exprimé chaque opinion, en s'aidant du tableau.

	TOTAL	Si j'avais su, j'aurais pas voté pour lui	De toute façon, j'aurais pas voté pour lui	C'est un lèche-bottes	La prochaine fois, je gagnerai !	C'est un petit prétentieux	J'aime beaucoup Jacques, car il est beau et intelligent
NOMBRE	25	8	6	5	3	2	1
POURCENTAGE (en %)	100	32	24	20	12	8	4

- « Si j'avais su, j'aurais pas voté pour lui » : 32 %.
- « De toute façon, j'aurais pas voté pour lui » : 24 %.
- « C'est un lèche-bottes » : 20 %.
- « La prochaine fois, je gagnerai ! » : 12 %.
- « C'est un petit prétentieux » : 8 %.
- « J'aime beaucoup Jacques, car il est beau et intelligent » : 4 %.

- **Exemple 2 : Dans une classe de 20 élèves, 4 élèves portent des lunettes. La proportion d'élèves qui portent des lunettes est  $\frac{4}{20} = 0,2 = 20\%$ . Il y a donc 20% d'élèves qui portent des lunettes.**
- **Exercices du manuel** : 34 p 164 – 39 – 41 – 42 – 44 – 45 – 46 p 164 – 165

- Activité d'introduction : [Fiche carte de France](#)

#### IV. Echelles

- Définition : Lorsqu'un plan est à une certaine échelle, cela signifie que les longueurs exprimées dans la même unité sur le plan et dans la réalité sont proportionnelles.

L'échelle est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des longueurs réelles aux longueurs sur le plan.

- Exemple : Une petite voiture est à l'échelle  $\frac{1}{50}$   
Cela signifie que 1 cm sur le modèle réduit représente 50 cm dans la réalité.  
La voiture mesure 3,5 m = 350 cm de long.  
Cela signifie que sur le modèle réduit elle mesure  $350 \times \frac{1}{50} = 7$  cm.

Longueurs réelles en cm	50	350	$\times \frac{1}{50}$
Longueurs sur le modèle réduit	1	?	

- Méthode : Pour déterminer une échelle, on simplifie la fraction suivante :

$$\text{Echelle} = \frac{\text{distance sur la carte en cm}}{\text{distances réelles en cm}}$$

- Exercices du manuel : 47 à 52 p 166 + [Fiche](#) + [Fiche](#)