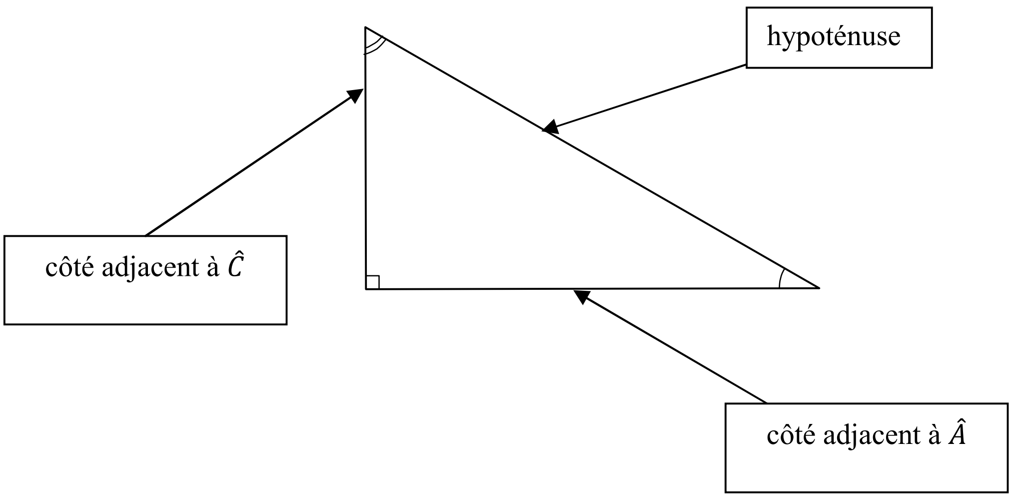
Cosinus

Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
• À partir des connaissances suivantes : – le cosinus d'un angle d'un triangle rectangle ; il met en œuvre et écrit un protocole de construction de figures. • Il mobilise les connaissances des figures, des configurations pour déterminer des grandeurs géométriques. • Il mène des raisonnements en utilisant des propriétés des figures, des configurations.	♦ Dans un triangle rectangle, il utilise le cosinus pour déterminer la mesure d'un angle. Un constructeur d'échelle recommande un angle entre le sol et l'échelle compris entre 65° et 75° pour assurer la sécurité physique de la personne l'utilisant. On pose contre un mur vertical (et perpendiculaire au sol) une échelle de 13 m de long et dont les pieds sont situés à 5 m de la base du mur. Quelle hauteur peut-on atteindre ? L'échelle, ainsi posée, respecte-t-elle la recommandation du constructeur ?	La définition du cosinus d'un angle d'un triangle rectangle découle, grâce au théorème de Thalès, de l'indépendance du rapport des longueurs le définissant. *Une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve est aménagée, de manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration. Aucun formalisme excessif n'est exigé dans la rédaction.*
	L'échelle permettra d'atteindre une hauteur de 12 m d'après le théorème de Pythagore et un calcul, à l'aide du cosinus, permet d'obtenir un angle d'environ 67°.	

- Activité : 1 p 110

I. Rappels : Vocabulaire du triangle rectangle

S1
+
S2



- Rappel : Si ABC est un triangle rectangle en B, alors :
  - [AC] est le côté opposé à l'angle droit (le plus grand), c'est l'hypoténuse.
  - Les angles $\hat{A}$ et $\hat{C}$ sont des angles aigus
  - [AB] est l'autre côté de l'angle $\hat{A}$. On dit que c'est le côté adjacent à $\hat{A}$.

- Remarque : [BC] est le côté adjacent à $\hat{C}$

Introduction Géogebra au cosinus

II. Cosinus d'un angle aigu

- Définition : Si ABC est un triangle rectangle en B alors,

$$\cos \hat{A} = \frac{côté\ adjacent\ à\ \hat{A}}{hypoténuse} = \frac{AB}{AC}$$

- Remarques :
  - On dit « côté adjacent » et « hypoténuse » mais on parle des longueurs évidemment
  - On parle de $\hat{C}$ car il n'y a pas de confusion, en pratique on parlera de $\widehat{ACB}$ ou $\widehat{BCA}$
  - $\cos \hat{C} = \frac{côté\ adjacent\ à\ \hat{C}}{hypoténuse} = \frac{BC}{AC}$

- Propriété : **Le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1**

- Exercices : fiche (Exercice 1) + 9 à 18 p 114

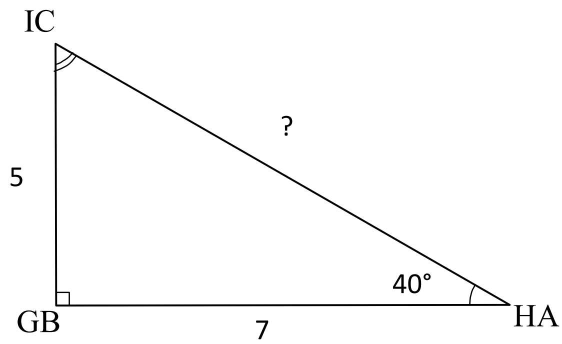
Séances d'exercices sur le calcul d'un côté à partir de la mesure d'un angle

S3
+
S4

III. Applications

1. Calcul d'un côté

- Exemple :



On sait que GHI est un triangle rectangle en G, donc on peut utiliser le cosinus :

$$\cos(\widehat{GHI}) = \frac{GH}{HI}$$

$$\cos(40) = \frac{7}{HI}$$

Pour déterminer HI, on utilise un calcul de 4ème proportionnelle car on a $\frac{\cos(40)}{1} = \frac{7}{HI}$

$$HI = \frac{1 \times 7}{\cos(40)}$$

$$HI \approx 9{,}1\ cm$$

- Remarques :
  - On vérifie toujours la cohérence du résultat. (Ici HI est l'hypoténuse, donc sa mesure est supérieure à 7)
  - Dans ce cas, on aurait pu déterminer HI par le théorème de Pythagore

- Exercices : 19 à 28 p 115

Séances d'exercices sur le calcul d'un angle à partir de la mesure des côtés

2. Calcul d'un angle

S5 + S6

a. Utilisation de la calculatrice pour calculer un cosinus

Pour calculer le cosinus d'un angle, on utilise la touche $\boxed{\cos}$

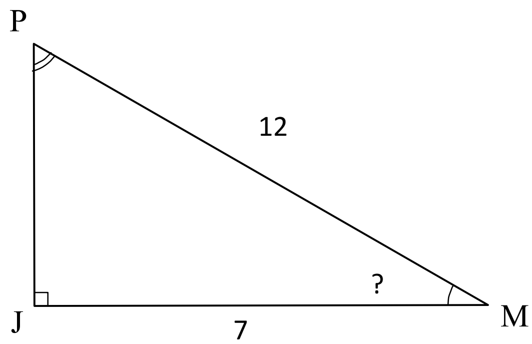
Exemple : Si $\hat{A} = 28°$ on tape $\boxed{\cos}$ $\boxed{28}$ $\boxed{\text{EXE}}$ et on obtient $\cos \hat{A} \approx 0{,}882$

b. Utilisation de la calculatrice pour calculer un angle dont on connait le cosinus

Pour retrouver un angle dont on connait le cosinus on utilise la touche inverse de $\boxed{\cos}$

Exemple : Si $\cos \hat{A} = 0{,}62$ on tape $\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\cos}$ $\boxed{0{,}62}$ et on obtient $\hat{A} = \cos^{-1}(0{,}62) \approx 52°$

- Exemple :



On sait que PJM est un triangle rectangle en J, donc on peut utiliser le cosinus.

$$\cos\left(\widehat{PMJ}\right) = \frac{JM}{PJ}$$

$$\cos\left(\widehat{PMJ}\right) = \frac{7}{12}$$

$$\widehat{PMJ} = \cos^{-1}\left(\frac{7}{12}\right)$$

$$\widehat{PMJ} \approx 54°$$

L'angle $\widehat{PMJ}$ mesure environ 54°

- Exercices : fiche (Exercice 2) + 29 à 33 p 116
- Exercices : Problèmes : 34 à 52 p 116 à 118
