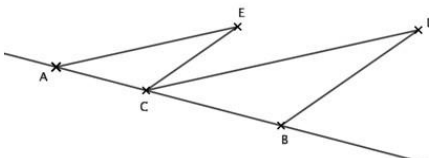
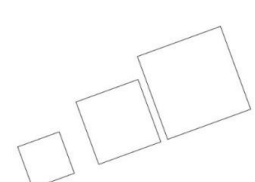
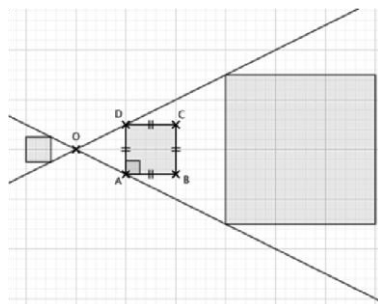


Homothéties

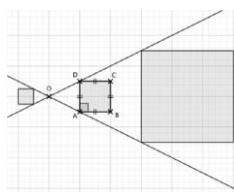
Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
<ul style="list-style-type: none"> • Il résout des problèmes en utilisant la proportionnalité dans le cadre de la géométrie. • Il calcule des grandeurs géométriques (longueurs, aires et volumes) en utilisant les transformations (homothétie). • Il résout des problèmes en utilisant la proportionnalité en géométrie dans le cadre de certaines configurations ou transformations (agrandissement, réduction, triangles semblables, homothéties). • À partir des connaissances suivantes : <ul style="list-style-type: none"> - le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration papillon ; - les triangles semblables : une définition et une propriété caractéristique ; - les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente, <p>il transforme une figure par homothétie et il comprend l'effet d'une homothétie.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Il identifie des homothéties dans des frises, des pavages et des rosaces. • Il mobilise les connaissances des figures, des configurations, de l'homothétie pour déterminer des grandeurs géométriques. • Il mène des raisonnements en utilisant des propriétés des figures, des configurations, et de l'homothétie. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Il utilise la proportionnalité pour calculer des longueurs dans une configuration de Thalès, dans des triangles semblables, dans le cadre des homothéties. ◆ Sur la figure ci-dessous : <div style="text-align: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> - le point C appartient au segment [AB] ; - $AC = 3$; $AB = 7,5$; $BD = 5,4$ et $CD = 9$; - les droites (AE) et (CD) sont parallèles ; - les droites (CE) et (BD) sont parallèles. <p>Démontrer que les angles BCD et CAE ont même mesure.</p> <p>Démontrer que les triangles ACE et CBD sont semblables.</p> <p>En déduire les longueurs des côtés du triangle ACE.</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Dans une homothétie de rapport k, il calcule des longueurs, des aires et des volumes. ◆ Par exemple, il est capable de calculer l'aire de la figure obtenue dans une homothétie de rapport k (k non nul) connaissant l'aire de la figure initiale. ◆ À partir d'un schéma tel que celui ci-dessous, il calcule des longueurs de carrés connaissant les longueurs d'un des carrés et le rapport de l'homothétie correspondante. <div style="text-align: center;">  </div>	<p>Les élèves connaissent et utilisent l'effet des transformations au programme (homothéties) sur les longueurs, les angles, les aires et les volumes.</p> <p>Le lien est fait entre la proportionnalité et certaines configurations ou transformations géométriques (triangles semblables, homothéties).</p> <p>Une définition et une caractérisation des triangles semblables sont données.</p> <p>Deux triangles semblables peuvent être définis par la proportionnalité des mesures de leurs côtés. Une caractérisation angulaire de cette définition peut être donnée et démontrée à partir d'un cas d'égalité des triangles et d'une caractérisation angulaire du parallélisme.</p> <p>Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par homothétie (de rapport positif ou négatif). Le lien est fait entre le théorème de Thalès et les homothéties.</p> <p>Les élèves identifient des transformations dans des frises, des pavages, des rosaces.</p> <p>La définition ponctuelle d'une homothétie ne figure pas au programme.</p> <p>Pour faire le lien entre les transformations et les configurations du programme, il est possible d'identifier (à la main ou à l'aide d'un logiciel de géométrie) l'effet, sur un triangle donné, de l'enchaînement d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie, voire d'une symétrie axiale et réciproquement, pour deux triangles semblables donnés, chercher des transformations transformant l'un en l'autre.</p>

◆ Il réalise (à la main, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation) la figure suivante à l'aide du quadrilatère ABCD et deux homothéties de centre O et de rapports 3 et -0,5



◆ Il justifie la nature des trois quadrilatères en s'appuyant sur le codage et sur les propriétés de conservations des homothéties.

◆ Il détermine l'aire totale des figures construites ci-dessous connaissant la longueur AB.



S1
+
S2

- Activité : [Fiche](#) + Résolution sous [Géogebra](#)

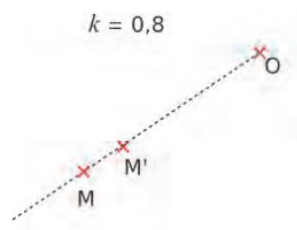
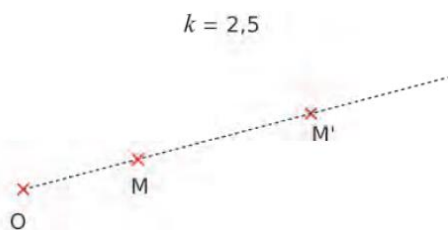
I. Définition

- Définition : Si M' est l'image d'un point M par une homothétie de centre O et de rapport k donné, alors :

- Si $k > 0$
 - $OM' = k \times OM$
 - $M' \in [OM)$
- Si $k < 0$
 - $OM' = -k \times OM$
 - $O \in [MM')$

- Remarque : Une homothétie est une transformation du plan qui agrandit ou réduit une figure (ou la laisse invariante)

- Exemples :



- Remarques et cas particuliers :
 - Si $k = 1$, la figure reste invariante
 - Si $k = 0$, l'image obtenue est confondue avec le point O
 - Si $k = -1$, on obtient une symétrie centrale
 - Si $k > 1$, on obtient un agrandissement de la figure originale
 - Si $0 < k < 1$, on obtient une réduction de la figure originale
 - Si $-1 < k < 0$, on obtient un réduction et une inversion de la figure originale
 - Si $k < -1$, on obtient un agrandissement et une inversion de la figure originale
 - Si $k < 0$, on construit l'image par l'homothétie de rapport $-k$ puis on utilise une symétrie centrale
 - Exercices : 1 et 2 – 7 à 11 de la [fiche](#)
 - Exercices du livre : 7 p 79 – 1 p 78 – 8 – 12 – 13 p 79
Construction : 15 – 16 – 18 à 20 p 80 et 81
-

S3

II. Propriétés

- Propriétés :
 - **Une homothétie conserve les alignements, les angles et le parallélisme**
 - **Si $k > 0$, une homothétie multiplie les longueurs par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3**
 - Exercices : 3 à 6 de la [fiche](#)
 - Exercices du livre : 25 p 81 – 26 p 82 – 24 p 81 – 27 p 82
-

S4
+
S5

- Activité : Construire un triangle rectangle isocèle. Quelle remarque faire de l'ensemble des triangles obtenus en classe ?

III. Triangles semblables

- Définition : Deux triangles sont semblables s'ils ont des angles égaux.

Cette définition est équivalente à la suivante :

- Définition : Deux triangles sont semblables si leurs côtés sont proportionnels. (i.e. dans le même ratio)
- Remarques : i) 2 triangles semblables sont images l'un de l'autre par une homothétie si leurs côtés sont parallèles.
 ii) 2 triangles images l'un de l'autre par homothétie sont semblables

- Exercices : [Fiche](#)
 - Exercices du livre : 30 à 34 p 82 + 29 p 82
-