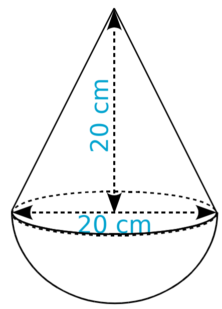
FICHE 5 : CALCULER DES VOLUMES (3)

1 Le culbuto ci-contre est un jouet pour enfant qui oscille sur une base sphérique.



a. Calcule son volume exact, puis arrondis au cm³.

$V_{culbuto} = V_{cône} + V_{demi\text{-}boule}$.

$V_{culbuto} = \frac{1}{3}\pi\times10^2\times20+\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times10^3$

$V_{culbuto} = \frac{2000\pi}{3}+\frac{2000\pi}{3}$

$V_{culbuto} = \frac{4000\pi}{3}$ cm³ ≈ 4189 cm³.

b. La base sphérique est remplie de sable. Quelle proportion du jouet est occupée par le sable ?

$$\frac{V_{base}}{V_{culbuto}} = \frac{\frac{2000\pi}{3}}{\frac{4000\pi}{3}} = \frac{1}{2}$$

donc le sable occupe la moitié du jouet.

2 Ce moule à gâteau a la forme d'un pavé droit à base carrée dans lequel on a évidé une demi-boule.

a. Calcule le volume de plastique nécessaire pour fabriquer ce moule, arrondi au centième de cm³.

$V_{moule} = V_{pavé} - V_{demi\text{-}boule}$

$V_{moule} = 10\times10\times4 - \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times4^3$

$V_{moule} = 400 - \frac{128\pi}{3}$ cm³

$V_{moule} \approx 266$ cm³

b. Ce moule a servi à Catherine pour faire un gâteau qu'elle veut à présent napper de chocolat. Détermine la surface de gâteau à recouvrir, arrondie au centième de cm².

$\frac{1}{2}\times4\pi\times4^2 = 32\pi$ cm²

≈ 100,53 cm².

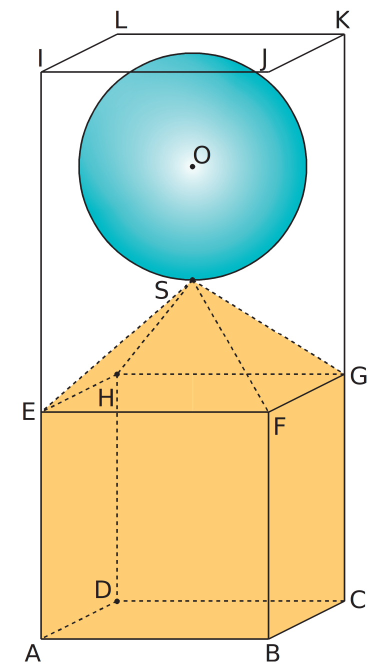
La surface de gâteau à recouvrir est d'environ 100,53 cm².

3 On considère les trois solides suivants :

- la boule de centre O et de rayon SO tel que SO = 3 cm ;
- la pyramide SEFGH de hauteur 3 cm dont la base est le carré EFGH de côté 6 cm ;
- le cube ABCDEFGH d'arête 6 cm.

Ces trois solides sont placés dans un récipient.

Ce récipient est représenté par le pavé droit ABCDIJKL, de hauteur 15 cm, dont la base est le carré ABCD de côté 6 cm.



La figure n'est pas en vraie grandeur.

a. Calcule le volume du cube ABCDEFGH, en cm³.

$V_{cube} = 6^3 = 216$ cm³

Le volume du cube est de 216 cm³.

b. Calcule le volume de la pyramide SEFGH en cm³.

$V_{pyramide} = B \times h : 3 = 36 \times 3 : 3$

$V_{pyramide} = 36$cm³

c. Calcule le volume de la boule en cm³. (On arrondira à l'unité près.)

$V_{boule} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3$

$V_{boule} = 36\pi$ cm³.

$V_{boule} \approx 113$ cm³.

d. Déduis-en le volume occupé par les trois solides à l'intérieur du pavé ABCDIJKL en cm³.

$V_{total} = V_{cube} + V_{pyramide} + V_{boule}$

$V_{total} \approx 216$ cm³ + 36 cm³ + 113 cm³ ≈ 365 cm³

Le volume occupé par les 3 solides est de 365 cm3.

e. Pourrait-on verser dans ce récipient 20 cl d'eau sans qu'elle ne déborde ?

$V_{pavé}$= L × l × h = 6 × 6 × 15 = 540 cm³

$V_{pavé} - V_{total} \approx 540 - 365 \approx 175$ cm³ = 17,5 cL

Non, on ne pourra pas car 17,5 cL < 20 cL