Calcul Littéral – Equations

Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
• Il détermine l'opposé d'une expression littérale. • Il développe (par simple et double distributivités), factorise, réduit des expressions algébriques simples. • Il résout algébriquement différents types d'équations : – Équation du premier degré ; • Il résout des problèmes s'y ramenant, qui peuvent être internes aux mathématiques ou en lien avec d'autres disciplines.	♦ Il sait que $-(3x-7)=-3x+7$ ♦ Il développe et réduit les expressions suivantes (notamment lors d'activités rituelles) : $(2x-3)(5x+7)$; $-4x(6-3x)$; $3(2x+1)-(6-x)$. ♦ Il résout rapidement : $-3x=12$; $x+9=5$; $7x=5$. ♦ Il résout les équations suivantes : $4x-8=7x+4$; $5(7-2{,}2x)=9-6x$ ♦ La facture d'eau d'un jardinier s'élève à 545 € par an. Il prévoit d'économiser 55 € par an en installant un récupérateur d'eau de pluie. Le récupérateur a coûté 199 € à l'achat et va nécessiter chaque année 13 € pour l'entretien (nettoyage, tuyau…). Au bout de combien d'années l'installation sera-t-elle rentable ?	Le travail sur les expressions littérales est consolidé avec des transformations d'expressions, des programmes de calcul, des mises en équations, des fonctions… La double distributivité est abordée. Le lien est fait avec la simple distributivité. Il est possible de démontrer l'identité $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ en posant $k=a+b$ et en utilisant la simple distributivité.

I. Rappels

S1 + S2

1. Développer – Réduire

- Développer consiste à utiliser la distributivité afin de faire disparaitre les parenthèses dans une expression littérale.

- Propriétés (distributivité simple)
  1) **Pour tous nombres *k*, *a* et *b* on a : *k(a + b) = ka + kb*** *et* ***k(a – b) = ka – kb***
  2) **Règle des signes : + + = +**
     + – = – + = –
     – – = +
  3) **Conséquence : Un signe – devant une parenthèse change tous les signes à l'intérieur de la parenthèse alors qu'un signe + devant une parenthèse ne change pas les signes à l'intérieur de la parenthèse**

- Exemples
  $3x(x^2+1)=3x^3+3x$
  $5x^2(-3-2x)=-15x^2-10x^3$
  $(5-2x)3x=15x-6x^2$

  $(x+2)-(2x-4)+(5x+1)=x+2-2x+4+5x+1$

- Propriété (distributivité double)
Pour tous nombres a, b, c et d on a :
$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

- Exemple
$(7 - 2x)(-x^2 + 3) = -7x^2 + 21 + 2x^3 - 6x = 2x^3 - 7x^2 - 6x + 21$

- Réduire une expression littérale consiste à regrouper les termes de même degré

- Exemple
$3x^2 - 5x + 2x^2 + 3x - 1 - 4x^2 = x^2 - 2x - 1$

- *Exercices du manuel :* 84 à 86 p 16 – 90 à 92 p 16 – 94 et 95 p 17 – 14 à 19 p 36

S3 + S4

2. Factoriser

Pour factoriser, on recherche un facteur commun puis on utilise la propriété de développement dans l'autre sens :

- Propriété
Pour tous nombres k, a et b on a :
$ka + kb = k(a + b)$

- Exercices : Fiche

- *Exercices du manuel :* 88 – 89 p 16 – 40 p 37 – 41 p 38 – 47 p 38

Introduction : Activité 2 p 70

II. Equations

S5

1. Equations du 1^{er} degré

- Rappel : Pour résoudre une équation du 1er degré (sans x^2),
  - On développe si besoin
  - On regroupe les inconnues dans le même membre
  - On regroupe les constantes dans l'autre membre
  - On isole x en multipliant ou en divisant.

- Exemple : Résoudre $3x - (2x + 5) = 3(x + 2)$
$3x - 2x - 5 = 3x + 6$
$3x - 2x - 3x = 6 + 5$
$-2x = 11$
$x = \frac{11}{-2}$
La solution est $\frac{11}{-2}$

- *Exercices du manuel :* 58 – 59 p 39 – 61 à 64 p 39

- Activité d'introduction : Les allumettes

III. Résolution de problèmes

S6 + S7

Pour résoudre un problème, il y a 3 étapes :

- Choix de l'inconnue : Soit x, le prix de … ou la longueur AB, ou… généralement la réponse à la question

- Mise en équation : C'est l'étape la plus difficile, il s'agit de mettre en relation 2 choses égales en utilisant les données utiles de l'énoncé.

- Résolution : On utilise les paragraphes précédents.

- Exemple : La somme de 3 entiers consécutifs vaut 129. Combien vaut chacun des entiers ?

  On appelle x le 1er entier. Le suivant est donc $x+1$ et celui d'après est $x+2$
  L'équation est : $x+(x+1)+(x+2)=129$
  On la résout :
  $$x+x+1+x+2=129$$
  $$3x+3=129$$
  $$3x=129-3$$
  $$3x=126$$
  $$x=\frac{126}{3}=42$$
  Les 3 nombres sont donc 42, 43 et 44.

- *Exercices du manuel :* 97 – 98 – 101 p 17 (numériques) en alternance avec 102 p 17 – 54 p 38 (géométriques) puis 66 – 67 – 68 – 70 – 71 – 72 p 40 (plus difficiles)