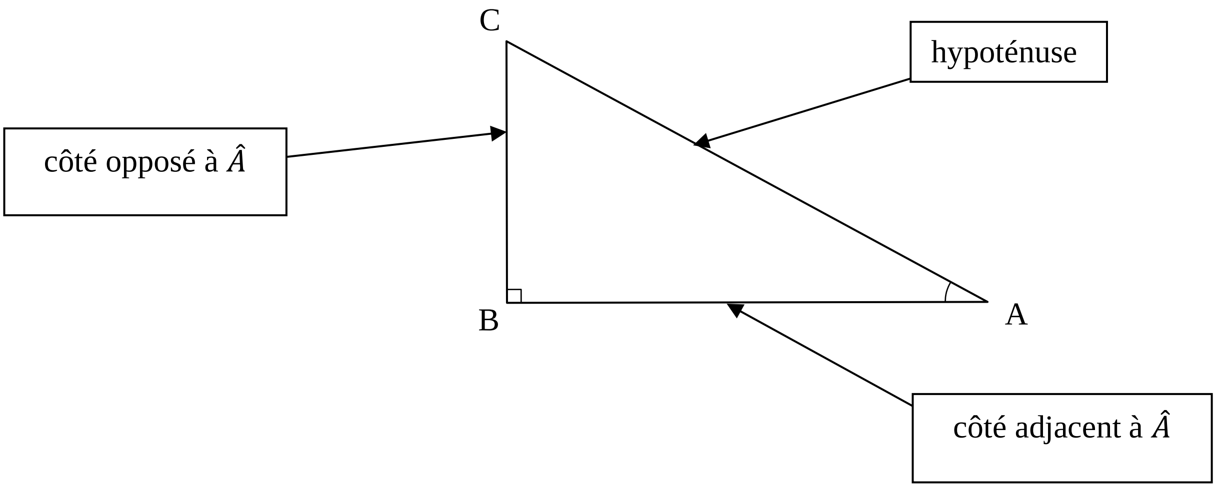
Trigonométrie

Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
• À partir des connaissances suivantes : – les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente, Il mobilise les connaissances des figures, des configurations pour déterminer des grandeurs géométriques. • Il mène des raisonnements en utilisant des propriétés des figures, des configurations.	♦ Il utilise les lignes trigonométriques dans un triangle rectangle pour calculer des longueurs ou des mesures d'angles.	Les lignes trigonométriques (cosinus, sinus, tangente) dans le triangle rectangle sont utilisées pour calculer des longueurs ou des angles.

- <u>Introduction</u> : Activité 1 p 86 à faire en classe

I. Vocabulaire sur le triangle rectangle

S1



- <u>Rappel</u> : Si ABC est un triangle rectangle en B, alors :
  - [AC] est le côté opposé à l'angle droit (le plus grand), c'est l'hypoténuse.
  - [AB] est l'autre côté de l'angle $\hat{A}$. On dit que c'est le côté adjacent à $\hat{A}$
  - [BC] n'est pas un côté de l'angle $\hat{A}$. On dit que c'est le côté opposé à $\hat{A}$

- <u>Remarque</u> : [BC] est le côté adjacent à $\hat{C}$ et [BA] est le côté opposé à $\hat{C}$

- <u>*Exercices du livre*</u> : 1 – 2 p 90 – 10 – 11 – 12 p 91

S2
+
S3

<u>Introduction</u> : A l'aide de géogebra et du théorème on montre que les rapports du cosinus, du sinus (et de la tangente) sont indépendants des côtés mais seulement de l'angle donné.
Chap 4 - Introduction Trigonométrie.ggb

II. Propriétés trigonométriques dans un triangle rectangle

- Définition : Si ABC est un triangle rectangle en B alors,

$$\cos \hat{A} = \frac{\textit{côté adjacent à } \hat{A}}{\textit{hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{\textit{côté opposé à } \hat{A}}{\textit{hypoténuse}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{\textit{côté opposé à } \hat{A}}{\textit{côté adjacent à } \hat{A}} = \frac{BC}{AB}$$

- Remarques :
  - On dit « côté adjacent », « côté opposé » et « hypoténuse » mais on parle des longueurs évidemment
  - On parle de $\hat{A}$ car il n'y a pas de confusion, en pratique on parlera de $\widehat{CAB}$ ou $\widehat{BAC}$
  - De même, on a $\cos \hat{C} = \frac{\textit{côté adjacent à } \hat{C}}{\textit{hypoténuse}} = \frac{BC}{AC} \dots$
  - Pour s'en rappeler, on utilise le moyen mnémotechnique : « SOHCAHTOA »

- Propriété : **Le cosinus et le sinus d'un angle est toujours compris entre 0 et 1**

- Utilisation de la calculatrice pour calculer un cosinus, un sinus ou une tangente :
  Pour calculer le cosinus d'un angle, on utilise la touche $\boxed{\cos}$ ou $\boxed{\sin}$ ou $\boxed{\tan}$

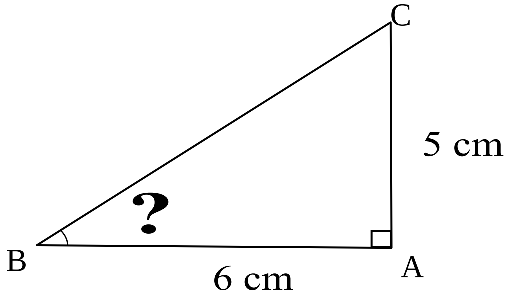
  Exemple : Si $\hat{A} = 28°$ on tape $\boxed{\sin}$ $\boxed{2}$ $\boxed{8}$ $\boxed{\text{EXE}}$ et on obtient $\sin \hat{A} \approx 0{,}469$

- *Exercices du livre* : 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – (18 – 20) p 91

III. Utilisation des formules de trigonométrie pour calculer un angle

- Exemple

S4 + S5



On cherche l'angle $\hat{B}$

On sait que ABC est un triangle rectangle en A, donc on peut utiliser la formule de trigonométrie associant l'angle $\hat{B}$ à [AB] (côté adjacent) et [AC] (côté opposé) : la tangente.

Donc $\tan \hat{B} = \frac{\textit{côté opposé à } \hat{B}}{\textit{côté adjacent à } \hat{B}} = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{6}$

Donc $\hat{B} = \tan^{-1}\left(\frac{5}{6}\right) \approx 40°$

- Utilisation de la calculatrice pour calculer un angle dont on connait le cosinus, le sinus ou la tangente
  Pour retrouver un angle dont on connait le cosinus, le sinus ou la tangente on utilise la touche inverse de $\boxed{\cos}$ ou $\boxed{\sin}$ ou $\boxed{\tan}$

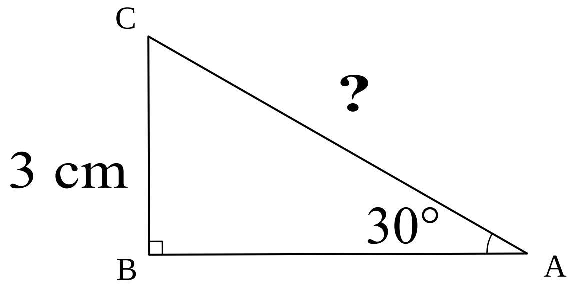
Exemple : Si tan $\hat{A}$ = 0,62 on tape $\boxed{\text{shift}}$ $\boxed{\text{tan}}$ $\boxed{0}$ $\boxed{,}$ $\boxed{6}$ $\boxed{2}$ et on obtient $\hat{A} = \tan^{-1}(0{,}62) \approx 32°$

- *Exercices du livre* : 19 p 92 – 36 – 37 – 38 – 39 – 40 – 42 – 44 p 94

IV. Utilisation des formules de trigonométrie pour calculer un côté

- Exemple

S6 + S7



On cherche la longueur du côté [AC]
On sait que le triangle ABC est rectangle en B, donc on peut utiliser une formule de trigonométrie associant l'angle $\hat{A}$ aux côtés [BC] (opposé) et [AC] (hypoténuse) : le sinus.

Donc $\sin \hat{A} = \dfrac{\textit{côté opposé à } \hat{A}}{\textit{hypoténuse}} = \dfrac{BC}{AC}$

On remplace par les valeurs :

$\sin(30°) = \dfrac{3}{AC}$

$\dfrac{\sin(30°)}{1} = \dfrac{3}{AC}$

A l'aide d'un calcul de 4ème proportionnelle, on trouve :

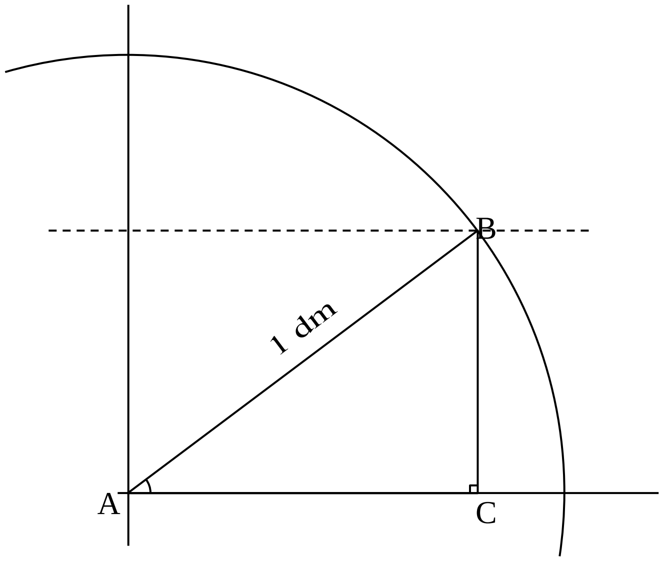
$AC = \dfrac{3 \times 1}{\sin(30°)} = 6 \text{ cm}$

- *Exercices du livre* : 21 p 92 – 27 p 93 – 25 – 26 – 29 – 31 – 32 – 34 p 93 – 53 p 96 – 59 p 96 + Fiche de révisions (si besoin)

Correction des exercices

- Prolongement : Dans un cercle de rayon 1 (appelé cercle trigonométrique)

S8



- Que vaut AC ? (en fonction de $\hat{A}$)
- Que vaut BC ? (en fonction de $\hat{A}$)
- Quelle est la relation que l'on peut écrire en utilisant le théorème de Pythagore ?

V. Relations trigonométriques

- Propriété : Pour tout angle $\hat{A}$, $\mathbf{(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1}$

  $\mathbf{\tan \hat{A} = \dfrac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}}$

- Exemple d'application : On donne $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

  Sans calculatrice, calculer $\cos x$ puis $\tan x$:

  D'après la 1ère propriété,

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$$
$$(\cos x)^2 = 1 - (\sin x)^2$$
$$(\cos x)^2 = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$
$$(\cos x)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$
$$\cos x = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

  D'après la 2ème propriété,

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$
$$\tan x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

- *Exercices du livre* : p 98