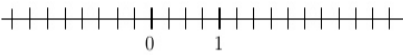


## Fractions – Définition et comparaison

Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Il utilise, dans le cas des nombres décimaux, les écritures décimales et fractionnaires et passe de l'une à l'autre, en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes.</li> <li>• Il décompose une fraction sous la forme d'une somme (ou d'une différence) d'un entier et d'une fraction.</li> <li>• Il reconnaît et produit des fractions égales.</li> <li>• Il compare, range, encadre des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.</li> <li>• Il repère sur une droite graduée les nombres décimaux relatifs.</li> <li>• Il additionne ou soustrait des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.</li> <li>• Il résout des problèmes faisant intervenir des fractions.</li> <li>• Il contrôle la vraisemblance d'un résultat.</li> <li>• Il utilise la décomposition en facteurs premiers inférieurs à 30 pour produire des fractions égales (simplification ou mise au même dénominateur).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ Il exprime le nombre <math>2,5 + \frac{23}{100} + \frac{7}{5}</math> sous formes décimale et fractionnaire.</li> <li>♦ Il décompose : <math>\frac{15}{7} = 2 + \frac{1}{7}</math> ou <math>\frac{15}{7} = 3 - \frac{6}{7}</math>.</li> <li>♦ Dans la liste suivante, entoure toutes les fractions égales à : <math>\frac{14}{6}</math> : <math>\frac{28}{6}; \frac{7}{3}; \frac{140}{60}; \frac{15}{7}; \frac{56}{24}</math>.</li> <li>♦ Il simplifie <math>\frac{39}{12}</math>.</li> <li>♦ Il range dans l'ordre croissant : <math>\frac{1}{3}; \frac{25}{6}; 2; \frac{5}{3}</math>.</li> <li>♦ Complète les encadrements suivants par deux entiers consécutifs : <math>... &lt; \frac{15}{7} &lt; ...</math> et <math>... &lt; -\frac{20}{3} &lt; ...</math>.</li> <li>♦ Place sur la droite graduée les nombres suivants : <math>\frac{9}{4}; 0,25; -0,75; \frac{5}{4}; 2,75; \frac{5}{2}; -1,25</math>.</li> <div style="text-align: center;">  </div> <li>♦ Il calcule, sans passer par l'écriture décimale : <math>\frac{1}{5} + \frac{2}{5}; \frac{23}{10} - \frac{5}{10}; \frac{3}{7} - \frac{2}{7}; \frac{5}{12} + \frac{4}{3}; \frac{11}{9} - \frac{1}{3}; \frac{5}{2} - \frac{1}{4}</math>.</li> <li>♦ Il utilise la décomposition en produit de facteurs premiers pour simplifier <math>\frac{153}{85}</math>.</li> </ul>	<p>La conception d'une fraction en tant que nombre, déjà abordée en sixième, est consolidée. Les élèves sont amenés à reconnaître et à produire des fractions égales (sans privilégier de méthode en particulier), à comparer, additionner et soustraire des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.</p> <p>Au moins une des propriétés suivantes est démontrée, à partir de la définition d'un quotient :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\frac{ab}{ac} = \frac{b}{c}</math></li> <li>• <math>a \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}</math></li> <li>• <math>\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}</math></li> <li>• <math>\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}</math></li> </ul> <p>Il est possible, à ce niveau, de se limiter à des exemples à valeur générique. Cependant, le professeur veille à spécifier que la vérification d'une propriété, même sur plusieurs exemples, n'en constitue pas une démonstration.</p> <p>Exemple de calcul fractionnaire permettant de démontrer que <math>\frac{3}{2} = \frac{15}{10}</math> :</p> <p>On commence par calculer <math>\frac{3}{2} \times 10</math> :</p> $\frac{3}{2} \times 10 = \frac{3}{2} \times 2 \times 5.$ <p>La définition du quotient permet de simplifier par 2, puisque <math>\frac{3}{2}</math> est le nombre qui, multiplié par 2, donne 3.</p> <p>Donc <math>\frac{3}{2} \times 10 = 3 \times 5 = 15</math>.</p> <p>Par définition du quotient, il vient donc <math>\frac{3}{2} = \frac{15}{10}</math>, puisque <math>\frac{3}{2}</math> multiplié par 10 donne 15.</p> <p>La décomposition en produit de nombres premiers est utilisée pour reconnaître et produire des fractions égales.</p>

Activité : Correction de la petite fiche

S1  
+  
S2

Rappel : Fractions = partage en primaire (activité 1)  
nombre manquant en 6<sup>ème</sup> (activité 2)  
proportion en 5<sup>ème</sup>

Exemple : Nombre de filles dans la classe, nombre d'élèves qui portent des lunettes, ou une montre ou blonds,...

## I. Rappels et compléments

### 1. Définitions

❖ Soient a et b deux nombres avec  $b \neq 0$ . Le nombre  $\frac{a}{b}$  est le quotient de a par b :

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

➔ C'est un nombre qui rend possible toutes les divisions,

➔ C'est le résultat de la division de a par b,

➔ Si la division est finie, on obtient un nombre décimal, sinon c'est un nombre rationnel.

• Exemple :  $\frac{1}{3} \approx 0,33333333 \dots$  est le résultat de  $1 \div 3$  qui ne se termine pas.  $\frac{1}{3}$  n'est pas un nombre décimal.

➔ **C'est une proportion d'une population par rapport à une autre.**

• Exemple :  $\frac{12}{23}$  des élèves de 5A portent des lunettes,  
 $\frac{1}{2}$  des élèves de 5A portent une montre.

❖ a est le numérateur et b est le dénominateur,

$\frac{a}{b}$  est appelé écriture fractionnaire,

Si a et b sont des entiers,  $\frac{a}{b}$  est appelé fraction.

• Exemple :  $\frac{3,5}{4}$  ;  $\frac{1}{5,5}$  ;  $\frac{2,8}{3,5}$  sont des écritures fractionnaires,  $\frac{5}{7}$  ;  $\frac{12}{5}$  sont des fractions.

• Remarques :  $\frac{a}{1} = a$ ,  $\frac{0}{b} = 0$ ,  $\frac{a}{a} = 1$ .

• Exercices du manuel : 16 – 17 – 19 – 20 – 22 p 26... (Fraction quotient) et 26 – 27 – 28 – 29 – 30 p 27... (Fraction proportion)

---

Activité : Fiche

S3

### 2. Différentes écritures d'un même nombre

Pour tous nombres a, b et c (b et c non nuls)

$$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$$

C'est-à-dire : On ne change pas la valeur d'une écriture fractionnaire si l'on multiplie (ou divise) son numérateur ET son dénominateur par un même nombre.

- Exemples :  $\frac{1}{5} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$  + Exemple avec des flèches.
- Exercices du manuel : 32 à 41 p 28 (Fraction égales)

S4

- Application : Simplifier  $\frac{14}{21}$  :  $\frac{14}{21} = \frac{\cancel{7} \times 2}{\cancel{7} \times 3} = \frac{2}{3}$
- Fiche à coller dans la leçon + lecture des critères de divisibilité.
- Rappel de la simplification par la méthode de décomposition en produit de facteurs premiers
- Applications : Simplifier  $\frac{75}{45}$  :  $\frac{75}{45} = \frac{\cancel{5} \times 15}{\cancel{5} \times 9} = \frac{15}{9} = \frac{5 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}} = \frac{5}{3}$   
Simplifier  $\frac{784}{256}$  : Par décomposition
- Exercices du manuel : 42 à 54 p 29 (Simplification)

S5

Fiche d'activité

## II. Comparaison de nombres en écriture fractionnaire

### 1. Cas où les dénominateurs sont les mêmes

Dans ce cas, on compare les numérateurs et on range les écritures fractionnaires dans le même ordre

- Exemple : Comparer  $\frac{7,5}{9}$  et  $\frac{7,49}{9}$  :  $7,5 > 7,49$  donc  $\frac{7,5}{9} > \frac{7,49}{9}$

### 2. Cas où les dénominateurs sont différents

Dans ce cas, on commence par réduire au même dénominateur puis on se sert de la méthode précédente.

- Exemple : Comparer  $\frac{7}{12}$  et  $\frac{3,4}{6}$

On commence par mettre au même dénominateur :  $\frac{3,4}{6} = \frac{3,4 \times 2}{6 \times 2} = \frac{6,8}{12}$

On conclut :  $6,8 < 7$  donc  $\frac{6,8}{12} < \frac{7}{12}$  donc  $\frac{3,4}{6} < \frac{7}{12}$

- Remarques :
  - Comparaison à 1 : Une écriture fractionnaire est plus grande que 1 si le numérateur est plus grand que le dénominateur
  - Exemples :  $\frac{45}{27} > 1$  et  $\frac{3}{5} < 1$  donc  $\frac{45}{27} > \frac{3}{5}$

- Cas où les numérateurs sont les mêmes (exemple  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{3}$  avec les parts)

On compare les dénominateurs puis on inverse l'ordre :

- Exemple : Comparer  $\frac{3}{5}$  ;  $\frac{3}{7}$  ;  $\frac{3}{9}$  ;  $\frac{3}{12}$   
 $5 < 7 < 9 < 12$  donc  $\frac{3}{5} > \frac{3}{7} > \frac{3}{9} > \frac{3}{12}$

- Exercices : [Fiche](#) (si besoin)
- Exercices du manuel : 57 p 30 – 61 – 62 p 30 – 55 – 56 p 30 – 58 – 59 p 30 ([fiche](#))

### III. Somme et différence de 2 nombres en écriture fractionnaire

S6

#### 1. Cas où les dénominateurs sont les mêmes

On additionne ou soustrait les numérateurs. **Les dénominateurs ne changent pas.**

- Exemple :  $\frac{3}{5} + \frac{8}{5} = \frac{11}{5}$   
 $\frac{5,2}{9} - \frac{1,1}{9} = \frac{4,1}{9}$

#### 2. Cas où les dénominateurs sont différents

Dans ce cas, on commence par réduire au même dénominateur puis on se sert de la méthode précédente.

- Exemple :

$$A = \frac{5}{3} + \frac{4}{9}$$

$$A = \frac{5 \times 3}{3 \times 3} + \frac{4}{9}$$

$$A = \frac{15}{9} + \frac{4}{9}$$

$$A = \frac{19}{9}$$

- Exercices du manuel iParcours de 4<sup>ème</sup> : 37 à 55 ([fiche](#))

- Remarque : Si un dénominateur n'est pas multiple de l'autre

- Exemples :

$$B = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$B = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3}$$

$$B = \frac{4}{12} - \frac{3}{12}$$

$$B = \frac{1}{12}$$

- Exercices : [Fiche](#)

S7