Grandeurs - Proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- Dès le CM1, les élèves commencent à identifier et à résoudre des problèmes de proportionnalité portant sur des grandeurs.
- À partir du CM2, des situations simples impliquant des échelles et des vitesses constantes peuvent être rencontrées.
- Il remobilise les procédures déjà étudiées pour résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et les enrichit par l'utilisation du coefficient de proportionnalité.
- Il reproduit une figure en respectant une échelle donnée.

Exemple de réussite

Problèmes additifs

♦ Il peut additionner ou soustraire des nombres associés à des grandeurs

♦ Un vase pouvant contenir 2 L contient déjà 1,3 L d'eau. Si on verse à nouveau 50 cL, l'eau débordera-t-elle ? (Réponse : Non car 50 cL = 0,5 L et que 1,3 L + 0,5 L = 1,8 L.)

♦ La taille et l'âge d'une personne sont-ils proportionnels ?

♦ 10 objets identiques coûtent 22 €, combien coûtent 15 de ces objets ?

♦ Voici les tarifs des pains dans une boulangerie :

Nombre de pains achetés	1	4	10
Prix (en €)	1,80	7	16,20

Le prix à payer est-il proportionnel au nombre de pains achetés ?

♦ 6 gâteaux coûtent 6,60 €. Sachant que ces gâteaux coûtent tous le même prix, combien coûtent 7 de ces gâteaux ? 9 de ces gâteaux ?

♦ Combien de gâteaux puis-je acheter avec 33 € ?

♦ L'élève sait répondre, mentalement, à cette question en justifiant sa réponse :

« 8 oranges coûtent 4 €, 3 citrons coûtent 2 € et 7 poires coûtent 4 €. Quel est le fruit le plus cher ? Quel est le fruit le moins cher ? »

♦ Voici la recette de la pâte à crêpes. Ingrédients pour 4 personnes :

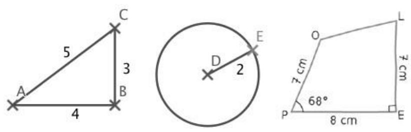
200 g de farine ;
4 œufs ; trois quarts de litre de lait ;
40 g de beurre ;
2 cuillerées à soupe de sucre.

- Quelle quantité de farine est nécessaire pour 12 personnes ?
- Pour 6 personnes, combien faut-il de cuillerées de sucre ?
- Quelle quantité de beurre faut-il prévoir pour 7 personnes ?
- Quelle quantité de lait faut-il prévoir pour 12 personnes ?

♦ L'élève sait exprimer un coefficient de proportionnalité sous la forme d'une fraction. Exemple :

Longueur du côté d'un carré avant agrandissement (cm)	3
Longueur du côté d'un carré après agrandissement (cm)	7

♦ Il est capable d'agrandir les figures suivantes pour que les figures obtenues soient 1,5 fois plus grandes (les longueurs affichées sont en cm).



Repères annuels de progression

Selon les situations, les élèves utilisent leurs acquis de CM sur les durées.
Des conversions nécessitant deux étapes de traitement peuvent être demandées (transformer des heures en semaines, jours et heures ; transformer des secondes en heures, minutes et secondes).
Tout au long **de l'année**, les procédures déjà étudiées en CM sont remobilisées et enrichies par l'utilisation explicite du coefficient de proportionnalité lorsque cela s'avère pertinent.

Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un rapport plus complexe qu'au CM2 (par exemple $\frac{3}{2}$ ou $\frac{3}{4}$) ; ils reproduisent une figure à une échelle donnée et complètent un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée à partir de la connaissance d'une des mesures agrandie ou réduite.

S1

I. Grandeurs

- Définition : Une grandeur est quelque chose que l'on peut mesurer. Une grandeur possède toujours une unité.

- Exemples : La masse (en grammes), l'âge (en années), la longueur (en mètres), un angle (en degrés)… sont des grandeurs.

  Certaines unités possèdent des sous-unités que l'on peut convertir à l'aide d'un tableau de conversion. Voici le tableau qui permet d'effectuer les conversions :

kilo	**hecto**	**déca**	**unité**	**déci**	**centi**	**milli**
kg	hg	dag	g (gramme)	dg	cg	mg
km	hm	dam	m (mètre)	dm	cm	mm
kW	hW	daW	W (Watt)	dW	cW	mW
…						

- Exemple d'utilisation :
  Convertir à l'aide du tableau les longueurs suivantes :

	km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**		
a.	1							1 km =	cm
b.			5	0				50 m =	mm
c.		4,	2					4,2 hm =	dm
d.				1				1 m =	km
e.					5	2,	3	52,3 cm =	m
f.								0,5 km =	m
g.								5000 cm =	km
h.								9,450 km =	cm
i.								20 000 cm =	km
j.								7 500 000 cm =	km

- Exercices : Fiche

- *Exercices du livre : 3 p 60 – 22 – 23 p 62 – 48 – 49 p 64*

S2
+
S3

II. Proportionnalité

1. Définition – Tableau de proportionnalité

Lorsque, dans un tableau, on multiplie la 1ère ligne par le même nombre pour obtenir la 2ème ligne, on dit que l'on est dans une situation de proportionnalité (ou que le tableau est proportionnel).

Le nombre qui permet de passer d'une ligne à l'autre s'appelle le coefficient de proportionnalité.

- Exemple :
  Un boucher vend le bœuf à 11,5 € le kg. Pour aider ses clients, il a affiché derrière son comptoir le tableau suivant :

Poids (kg)	0,2	0,5	0,8	1,5	1,8
Prix (€)	2,30	5,75	9,20	17,25	20,70

$\times 11,5$

Si on divise les nombres de la 2ème ligne par ceux de la 1ère ligne, on obtient toujours 11,5. Ce tableau est donc proportionnel.

- Remarque :
  Le coefficient correspond toujours à l'unité. Dans cet exemple, cela signifie que chaque kg coûte 11,5 €

- *Exercices du livre : 9 – 13 – 10 – 11 – 14 – 15 – 5 à 8 p 73 – 1 p 72*

S4 + S5

2. Résolution de problèmes

Pour résoudre un problème de proportionnalité, on utilise un tableau et on peut effectuer des calculs sur les colonnes.

- Exemple :

Voici un tableau donnant le prix payé en fonction de la quantité d'essence achetée en France. On peut compléter ce tableau astucieusement :

× 2

Quantité d'essence (en L)	2	3	+	4	7	10	30	60
Prix (en €)	3	4,5	+	6	10,5	16	48	96

- *Exercices du livre : 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 23 p 74 – 30 – 34 p 75 – 40 – 43 p 75*
  Remarque : 23b) p 74 : le coefficient est $\frac{4}{3} \approx 1{,}33333$

- Introduction :

Essence (en L)	5	3
Prix (en €)	8,2	?

S6 + S7

3. Utilisation du coefficient de proportionnalité

- Remarque : Parfois, pour résoudre un problème de proportionnalité, on ne peut pas faire des calculs simples sur les lignes et les colonnes. Dans ce cas, on utilise le coefficient de proportionnalité.

- Exemple : Sachant que 6 kg de pommes coûtent 18 €, combien coûte 2,6 kg ?

  On construit un tableau :

Masse de pommes (en kg)	6	2,6
Prix (en €)	18	?

?

1ère étape :
On cherche le coefficient de proportionnalité : $\frac{18}{6} = 3$. Cela signifie que 1 kg de pommes coûte 3 €

2ème étape :
On répond au problème en rédigeant un calcul : $2{,}6 \times 3 = 7{,}8$ €
Donc 2,6 kg de pommes coûtent 7,80 €

- *Exercices du livre : 22 p 74 – 28 – 29 p 75 – 39 p 76*

- Agrandissement de figures : 35 – 36 – 37 p 75