S1

Fractions

Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
Comparaison de nombres • Il compare, range et encadre des nombres rationnels (positifs ou négatifs). ***Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté*** • Il calcule avec les nombres rationnels : addition, soustraction, multiplication, division. • Il utilise l'inverse pour calculer. • Il résout des problèmes avec des nombres rationnels.	***Comparaison de nombres*** ♦ Complète par >, < ou = : $\frac{5}{18} \ldots \frac{7}{12}$; $\frac{5}{12} \ldots \frac{4}{3}$; $-3 \ldots \frac{22}{7}$ ***Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté*** ♦ Calcule mentalement : $\frac{5}{2} \times \frac{-7}{3}$; $-7 \times \frac{8}{5}$; $-\frac{3}{7} \times \frac{14}{-5}$; $\frac{5}{9} \div \frac{1}{2}$ ♦ Calcule à la main : $\frac{5}{3} - 6 \times \frac{1}{5}$; $\frac{7}{6} - \left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{3}\right) \div 4$; $-\frac{7}{4} + \frac{1}{9}$ ♦ Il vérifie ses résultats à l'aide de la calculatrice.	Un nombre rationnel est défini comme quotient d'un entier relatif par un entier relatif non nul, ce qui renvoie à la notion de fraction. Le quotient de deux nombres décimaux peut ne pas être un nombre décimal. La notion d'inverse est introduite, les opérations entre fractions sont étendues à la multiplication et la division. Les élèves sont conduits à comparer des nombres rationnels, à en utiliser différentes représentations et à passer de l'une à l'autre. Une ou plusieurs démonstrations de calculs fractionnaires sont présentées. Le recours au calcul littéral vient compléter pour tout ou partie des élèves l'utilisation d'exemples à valeurs génériques.

Activité : 1 p 24

I. Ecritures d'un même nombre

Le quotient de 2 nombres ne change pas si on multiplie ou divise le numérateur ET le dénominateur par le même nombre relatif non nul

Pour tous nombres entiers a, b et c (b et c non nuls)

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{ac}{bc}$$

- Exemple pour simplifier

$$\frac{12}{9} = \frac{4 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}} = \frac{4}{3}$$

ou

$$\frac{12}{9} = \frac{12 \div 3}{9 \div 3} = \frac{4}{3} \quad \text{ou} \quad \frac{12 \overset{\boxed{\div 3}}{}}{9 \underset{\boxed{\div 3}}{}} = \frac{4}{3}$$

- Autre écriture d'une fraction

$$\frac{-4}{5} = \frac{-4 \times 5}{5 \times 5} = \frac{-20}{25}$$

- Remarque

$$\frac{-20}{25} = \frac{20}{-25} = -\frac{20}{25}$$

En multipliant numérateurs et dénominateurs par -1

- *Exercices du manuel* : 1 – (2) – 3 – 5 – 7 p 27 – 15 à 24 p 28

II. Comparaison de fractions

S2

- Rappel : Pour comparer 2 fractions, on les met au même dénominateur (positif) et on compare les numérateurs.

- **Attention : On utilise des dénominateurs positifs, pour ranger les fractions dans le même ordre que leurs numérateurs.**

- Exemple : Comparer $\frac{5}{-8}$ et $\frac{-5}{6}$. Cela revient à comparer $\frac{-5}{8}$ et $\frac{-5}{6}$.

On cherche un dénominateur commun au 2 fractions. Pour cela on écrit les multiples des dénominateurs et on repère un multiple commun. Ce n'est pas forcément le produit des 2 dénominateurs le plus petit multiple commun aux 2 fractions.

Multiples de 8 : 8 – 16 – $\boxed{24}$ – 32 – 40 …
Multiples de 6 : 6 – 12 – 18 – $\boxed{24}$ – 30 …

$$\frac{-5}{8} = \frac{-5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{-15}{24} \quad \text{et} \quad \frac{-5}{6} = \frac{-5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{-20}{24}$$

Conclusion : $\frac{-15}{24} > \frac{-20}{24}$ et donc $\frac{5}{-8} > \frac{-5}{6}$

- *Exercices du manuel* : 25 à 36 p 29

Rappel sur $\frac{2}{3} + \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$ par exemple, puis $\frac{5}{4} + \frac{3}{8} = \frac{10}{8} + \frac{3}{8} = \frac{13}{8}$ et enfin $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = ?$

III. Addition – Soustraction

S3
+
S4

Pour additionner ou soustraire 2 fractions, on additionne les numérateurs après avoir mis les fractions au même dénominateur :

Pour a, b et c, trois nombres entiers, c non nul,

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

- Exemples :

$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

$A = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3}$

$A = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

$B = -\frac{3}{4} - \frac{3}{6}$

$B = -\frac{9}{12} - \frac{6}{12}$

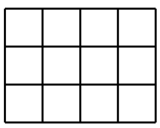
$B = -\frac{15}{12}$

- *Exercices du manuel* : 38 – 39 – 42 p 30 – 48 p 31 – 59 – 61 – 65 p 32 – 70 – 73 à 76 p 33

S5
+
S6

- Activité : Hachurer les $\frac{2}{3}$ du rectangle puis les $\frac{3}{4}$ de ce qui est déjà hachuré.

Remarquer que c'est les $\frac{6}{12}$ et expliquer pourquoi.



IV. Multiplication

Pour multiplier 2 nombres en écriture fractionnaires, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

- Remarque : il n'est pas nécessaire que les fractions aient le même dénominateur.

- Pour tous nombres entiers a, b, c et d où b et d sont non nuls,

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

- Exemples :

$A = \frac{-3}{7} \times \frac{2}{-5}$

$A = \frac{-3 \times 2}{7 \times (-5)}$

$A = \frac{6}{35}$

$B = \frac{3}{20} \times \frac{5}{6}$

$B = \frac{\cancel{3}^{1} \times \cancel{5}^{1}}{\cancel{20}_{4} \times \cancel{6}_{2}}$

$B = \frac{1}{8}$

$C = \frac{-27}{7} \times \frac{-28}{18}$

$C = \frac{-\cancel{27}^{3} \times (-\cancel{\cancel{28}^{4}}^{2})}{\cancel{7}_{1} \times \cancel{\cancel{18}_{2}}_{1}}$

$C = 6$

- Remarque : $D = 8 \times \frac{7}{3} = \frac{8}{1} \times \frac{7}{3} = \frac{8 \times 7}{1 \times 3} = \frac{56}{3}$

- *Exercices du manuel* : 14 – 16 – 21 – 22 – 26 p 42 - 27 – 28 – 30 à 32 – 35 p 43 – 39 – 41 p 44

Rappel oral des priorités +

S7

- *Exercices du manuel* : 64 – 65 – 66 – 67 p 46 – 69 – 71 – 70 p 47

S8

- Activité : ? × 10 = 1
  ? × 5 = 1
  ? × 2 = 1

Trouver le ? et le mettre sous forme de fraction irréductible. Que remarque t'on ?

V. Inverse

- Définition : L'inverse d'un nombre non nul x est le nombre noté x^{-1} tel que $x \times x^{-1} = 1$

$$x^{-1} = \frac{1}{x} \text{ car } x \times \frac{1}{x} = \frac{x}{1} \times \frac{1}{x} = \frac{x \times 1}{1 \times x} = 1$$

- Remarque : $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

- Exemples : L'inverse de 8 est 0,125 car $8 \times 0{,}125 = 1$
L'inverse de 8 est noté $8^{-1} = \frac{1}{8}$ car $8 = \frac{8}{1}$ et $8 \times \frac{1}{8} = 1$. Ce qui correspond au fait que $\frac{1}{8} = 0{,}125$.

L'inverse de $\frac{2}{7}$ est $\frac{7}{2}$ car $\frac{2}{7} \times \frac{7}{2} = 1$

- *Exercices du manuel* : 50 à 53 p 45

S9

- <u>Activité</u> : 5 ÷ 10 = 5 × ?
  12 ÷ 100 = 12 × ?
  7 ÷ 0,001 = 7 × ?
  8 ÷ 5 = 8 × ?

VI. <u>Division</u>

- <u>Définition</u> : Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

$$a \div b = \frac{a}{b} = \frac{a \times 1}{1 \times b} = a \times \frac{1}{b}$$

- <u>Exemples</u> :

$$A = \frac{5}{3} \div \left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$A = \frac{5}{3} \div \left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$A = -\frac{5 \times 2}{3 \times 3}$$
$$A = -\frac{10}{9}$$

$$B = \left(-\frac{5}{9}\right) \div \frac{20}{27}$$
$$B = \left(-\frac{5}{9}\right) \times \frac{27}{20}$$
$$B = -\frac{\cancel{5}^{1} \times \cancel{27}^{3}}{\cancel{9}_{1} \times \cancel{20}_{4}}$$
$$B = -\frac{3}{4}$$

$$C = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{5}{4}}$$
$$C = \frac{3}{7} \div \frac{5}{4}$$
$$C = \frac{3}{7} \times \frac{4}{5}$$
$$C = \frac{3 \times 4}{7 \times 5}$$
$$C = \frac{12}{35}$$

$$D = \frac{2}{\frac{3}{4}}$$
$$D = 2 \div \frac{3}{4}$$
$$D = 2 \times \frac{4}{3}$$
$$D = \frac{2}{1} \times \frac{4}{3}$$
$$D = \frac{2 \times 4}{1 \times 3}$$
$$D = \frac{8}{3}$$

- *<u>Exercices du manuel</u>* : 55 à 60 p 45
