Fonctions linéaires

Ce que sait faire l'élève	Exemple de réussite	Repères annuels de progression
• Il modélise une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire. • Il utilise le lien entre pourcentage d'évolution et coefficient multiplicateur. • Il utilise les notations et le vocabulaire fonctionnels. • Il passe d'un mode de représentation d'une fonction à un autre. • Il détermine, à partir de tous les modes de représentation, l'image d'un nombre. • Il détermine un antécédent à partir d'une représentation graphique ou d'un tableau de valeurs d'une fonction. • Il détermine de manière algébrique l'antécédent par une fonction, dans des cas se ramenant à la résolution d'une équation du premier degré. • Il représente graphiquement une fonction linéaire. • Il modélise un phénomène continu par une fonction. • Il modélise une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire. • Il résout des problèmes modélisés par des fonctions en utilisant un ou plusieurs modes de représentation.	♦ Un mobile se déplace à 5 m/s. L'élève modélise la situation par $d(x) = 5x$ où x est le temps exprimé en secondes et $d(x)$ la distance parcourue, en mètres, en x secondes. ♦ Il sait qu'une augmentation de 5 % se traduit par une multiplication par 1,05. ♦ Il sait qu'une diminution de 20 % se traduit par une multiplication par 0,8. ♦ Il représente graphiquement les fonctions $g: x \to -3x$ ♦ Complète : l'aire d'un rectangle dont le périmètre est égal à 30 cm et dont un côté a pour longueur x est donné par la fonction $A: x \to \dots\dots\dots\dots\dots$	Le lien est fait entre taux d'évolution et coefficient multiplicateur, ainsi qu'entre la proportionnalité et les fonctions linéaires. Le champ des problèmes de géométrie relevant de la proportionnalité est élargi (homothéties, triangles semblables, configurations de Thalès).

Introduction : Activité

S1

I. Définition

- Définition : Soit un nombre réel a donné. On appelle fonction linéaire de coefficient a, la fonction :

$$f: x \longrightarrow ax$$

- Remarque : 1) Cette fonction traduit une situation de proportionnalité de coefficient a.
  2) Pour toute fonction linéaire, l'image de 0 est 0
  3) $f(1) = a$ donc $f(1)$ est le coefficient de la fonction linéaire f

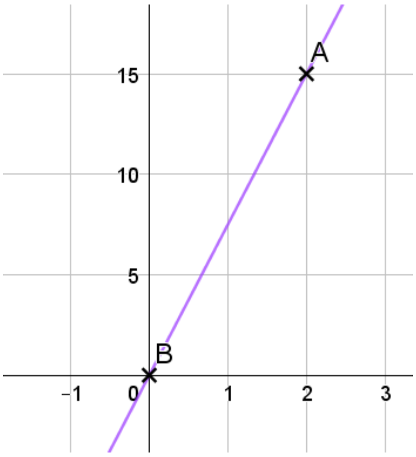
- Exemple : Un ticket de cinéma coûte 7,50 €. Le prix étant proportionnel au nombre de places achetées, on peut traduire la situation par la fonction $f(x) = 7{,}5x$.

$f(0) = 0$. Donc 0 place achetée coûtent 0 €.
$f(10) = 75$. Donc 10 places achetées coûtent 75 €.
$f(1) = 7{,}5$. Une place coûte 7,5 € donc 7,5 est le coefficient de la fonction linéaire.

- *Exercices du manuel* : 11 p 134 – 13 – 14 – 15 p 134

S2

II. Représentation graphique



Une fonction linéaire traduit une situation de proportionnalité donc sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère. Pour la tracer, il suffit de placer un point.

- Exemple : Un ticket de cinéma coûte 7,50 €. On peut modéliser la situation par $f(x) = 7{,}5x$

$f(2) = 7{,}5 \times 2 = 15$€. On place donc dans un repère le point $A(2; 15)$ et on trace la droite passant par $O(0; 0)$ et A.

- Remarque / Définition : L'abscisse x et l'ordonnée y de chaque point de la droite étant liés par l'égalité $y = ax$, on dit que cette égalité est l'équation de la droite et a s'appelle le coefficient directeur de cette droite. (Il dirige la droite, il en donne son « orientation »).

- *Exercices du manuel* : 41 p 138 – 49 – 48 p 139

S3
+
S4

III. Déterminer une fonction linéaire

- Définition : Déterminer une fonction linéaire signifie trouver son coefficient.

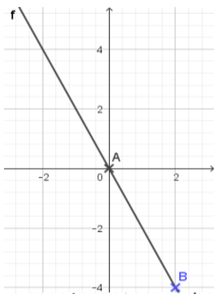
1. Par le calcul

$$y = ax \text{ donc } a = \frac{y}{x} = \frac{image}{antécédent}$$

- Exemple : Déterminer la fonction linéaire f telle que $f(5) = 3$.

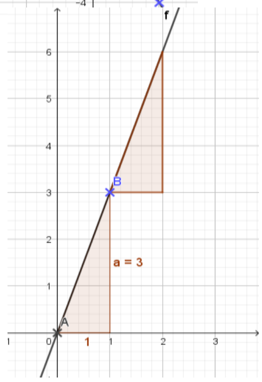
$Antécédent = 5$ et $image = 3$ donc $a = \frac{image}{antécédent} = \frac{3}{5} = 0{,}2$. Donc $f(x) = 0{,}2x$.

2. Graphiquement



- Exemple 1 : Déterminer la fonction linéaire f tracée sur le graphique ci-contre.

On choisit un point de la droite.
Par exemple, on choisit $B(2; -4)$ et on calcule :
$a = \frac{image}{antécédent} = \frac{-4}{2} = -2$. Donc $f(x) = -2x$



- Exemple 2 : Déterminer la fonction linéaire f tracée sur le graphique ci-contre.

On lit $f(1)$ ou la pente de la droite à partir d'un autre point, comme le point B dans l'exemple.
$f(1) = 3$ donc $a = 3$ et $f(x) = 3x$

- *Exercices du manuel* : 19 – 18 p 135 – 29 p 136 – 17 p 134 – 50 p 139 – 86 p 145

Introduction : Fiche

S5

IV. Pourcentage et proportionnalité

Rappel (A ne pas mettre dans le cahier)

- Propriété : Prendre t% d'une quantité signifie la multiplier par $\frac{t}{100}$. La fonction linéaire associé à une prise de pourcentage est $f(x) = \frac{t}{100}x$.

- Propriété : **Augmenter une quantité de t% signifie la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$. La fonction linéaire associé à une augmentation de pourcentage est $f(x) = \left(1 + \frac{t}{100}\right)x$.**

  Diminuer une quantité de t% signifie la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$. La fonction linéaire associé à une baisse de pourcentage est $f(x) = \left(1 - \frac{t}{100}\right)x$.

- Exemples : Fiche d'activité

$a = 0{,}8$	Baisse de 20%
$a = 1{,}32$	Augmentation de 32%
$a = 1{,}7$	Augmentation de 70%
$a = 0{,}99$	Baisse de 1%
$a = 2$	Augmentation de 100%
$a = 3$	Augmentation de 200%

- Remarque : Deux augmentations successives de 20% conduisent à multiplier par $1{,}2 \times 1{,}2 = 1{,}44$. C'est donc une augmentation de 44% et non de 40% !

- *Exercices du manuel* : 53 – 55 – 56 p 140 – 52 p 140

- Méthode : Déterminer un pourcentage à partir de 2 valeurs : il faut déterminer le coefficient de la fonction linéaire

S6

- Exemple : Une voiture coûtant 12 000 € est affichée à 11 400 €. Quel est le pourcentage de réduction ?
  Calcul du coefficient : $a = \frac{image}{antécédent} = \frac{11400}{12000} = 0{,}95 = 1 - \frac{5}{100}$. La réduction de prix est de 5%

- *Exercices du manuel* : 57 – 51 – 52 p 140 – 60 –59 p 141 – 83 p 145
