

# Chapitre 10 - Equations

C.1

$3x - 5 = 5x + 11$	
$-2x - 5 = 11$	
$-2x = 16$	
$x = -8$	

Cette équation a pour solution :  $x = -8$

C.2

(a) On a les équations algébriques suivantes :

$$\begin{aligned} 5x + 3 &= 2x - 3 \\ 5x + 3 - 3 &= 2x - 3 - 3 \\ 5x &= 2x - 6 \\ 5x - 2x &= 2x - 6 - 2x \\ 3x &= -6 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{-6}{3} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Cette équation admet pour unique solution  $-2$ .

(b) Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} 5x - 3 &= 3x - 5 \\ 5x - 3 + 3 &= 3x - 5 + 3 \\ 5x &= 3x - 2 \\ 5x - 3x &= 3x - 2 - 3x \\ 2x &= -2 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{-2}{2} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$-1$  est la solution de cette équation.

C.3

(a)  $4x - 5 = 2x - 7$

$$\begin{aligned} 4x - 5 - 2x &= 2x - 7 - 2x \\ 2x - 5 &= -7 \\ 2x - 5 + 5 &= -7 + 5 \\ 2x &= -2 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{-2}{2} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

La solution de cette équation est  $-1$

(b)  $2x - 4 = 5x + 8$

$$\begin{aligned} 2x - 4 + 4 &= 5x + 8 + 4 \\ 2x &= 5x + 12 \\ 2x - 5x &= 5x + 12 - 5x \\ -3x &= 12 \\ \frac{-3x}{-3} &= \frac{12}{-3} \\ x &= -4 \end{aligned}$$

$-4$  est solution de cette équation.

C.4

(a) On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} 3x + 5 &= 5x + 8 \\ 3x + 5 - 5 &= 5x + 8 - 5 \\ 3x &= 5x + 3 \\ 3x - 5x &= 5x + 3 - 5x \\ -2x &= 3 \\ \frac{-2x}{-2} &= \frac{3}{-2} \\ x &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est  $-\frac{3}{2}$ .

(a) On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} 6x - 2 &= -x - 6 \\ 6x - 2 + 2 &= -x - 6 + 2 \\ 6x &= -x - 4 \\ 6x + x &= -x - 4 + x \\ 7x &= -4 \\ \frac{7x}{7} &= \frac{-4}{7} \\ x &= -\frac{4}{7} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est  $-\frac{4}{7}$ .

C.5

(a) Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} -3x + 5 &= 2x - 20 \\ -3x + 5 - 5 &= 2x - 20 - 5 \\ -3x &= 2x - 25 \\ -3x - 2x &= 2x - 25 - 2x \\ -5x &= -25 \\ \frac{-5x}{-5} &= \frac{-25}{-5} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$5$  est la solution de cette équation.

(b) Le principe de l'équilibre nous permet de résoudre cette équation :

$$\begin{aligned} -2x + 1 &= 7x - 80 \\ -2x + 1 - 1 &= 7x - 80 - 1 \\ -2x &= 7x - 81 \\ -2x - 7x &= 7x - 81 - 7x \\ -9x &= -81 \\ \frac{-9x}{-9} &= \frac{-81}{-9} \\ x &= 9 \end{aligned}$$

$9$  est l'unique solution de cette équation.

C.6

(a) Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= -4x \\ 2x + 3 + 4x &= -4x + 4x \\ 6x + 3 &= 0 \\ 6x + 3 - 3 &= 0 - 3 \\ 6x &= -3 \\ \frac{6x}{6} &= \frac{-3}{6} \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$-\frac{1}{2}$  est une solution de cette équation.

(b) On a la résolution suivante :

$$\begin{aligned} x + 2 &= 2 - x \\ x + 2 - 2 &= 2 - x - 2 \\ x &= 0 - x \\ x + x &= 0 - x + x \\ 2x &= 0 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{0}{2} \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$0$  est la solution de l'équation.

C.7

(a)  $3x + 1 = 3(2 - x)$

$$\begin{aligned} 3x + 1 &= 6 - 3x \\ 3x + 1 + 3x &= 6 - 3x + 3x \\ 6x + 1 &= 6 \\ 6x + 1 - 1 &= 6 - 1 \\ 6x &= 5 \\ \frac{6x}{6} &= \frac{5}{6} \\ x &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

$\frac{5}{6}$  est la solution de cette équation.

(b)  $-(5 - 2x) = 3x$

$$\begin{aligned} -5 + 2x &= 3x \\ -5 + 2x - 2x &= 3x - 2x \\ -5 &= x \\ x &= -5 \end{aligned}$$

$-5$  est l'unique solution de cette équation.

**C.8****a** On a l'égalité :

$$\begin{aligned}
2(x-2) &= 3(5-2x) \\
2x-4 &= 15-6x \\
2x-4+4 &= 15-6x+4 \\
2x &= 19-6x \\
2x+6x &= 19-6x+6x \\
8x &= 19 \\
\frac{8x}{8} &= \frac{19}{8} \\
x &= \frac{19}{8}
\end{aligned}$$

La solution de cette équation est  $\frac{19}{8}$ 

$$\begin{aligned}
\text{b) } -(x+2) &= 3(2x+1) \\
-x-2 &= 3 \times 2x + 3 \times 1 \\
-x-2 &= 6x+3 \\
-x-2+2 &= 6x+3+2 \\
-x &= 6x+5 \\
-x-6x &= 6x+5-6x \\
-7x &= 5 \\
\frac{-7x}{-7} &= \frac{5}{-7} \\
x &= -\frac{5}{7}
\end{aligned}$$

La solution de cette équation est  $-\frac{5}{7}$ .**C.9****a** Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
2(x+3) &= 4(x-1) \\
2x+2 \times 3 &= 4x-4 \times 1 \\
2x+6 &= 4x-4 \\
2x+6-6 &= 4x-4-6 \\
2x &= 4x-10 \\
2x-4x &= 4x-10-4x \\
-2x &= -10 \\
\frac{-2x}{-2} &= \frac{-10}{-2} \\
x &= 5
\end{aligned}$$

5 est la solution de cette équation.

**b** Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
5(1-x) &= 3(2x+1) \\
5 \times 1 - 5 \times x &= 3 \times 2x + 3 \times 1 \\
5-5x &= 6x+3 \\
5-5x-6x &= 6x+3-6x \\
5-11x &= 3 \\
5-11x-5 &= 3-5 \\
-11x &= -2 \\
\frac{-11x}{-11} &= \frac{-2}{-11} \\
x &= \frac{2}{11}
\end{aligned}$$

 $\frac{2}{11}$  est la solution de cette équation.**C.10****a** Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
-(x-2) &= 2(2x+1) \\
-x+2 &= 4x+2 \\
-x+2-4x &= 4x+2-4x \\
-5x+2 &= 2 \\
-5x+2-2 &= 2-2 \\
-5x &= 0 \\
\frac{-5x}{-5} &= \frac{0}{-5} \\
x &= 0
\end{aligned}$$

0 est la solution de cette équation.

$$\begin{aligned}
\text{b) } 3(x+1) &= 2(3x-5) \\
3 \times x + 3 \times 1 &= 2 \times 3x - 2 \times 5 \\
3x+3 &= 6x-10 \\
3x+3-3 &= 6x-10-3 \\
3x &= 6x-13 \\
3x-6x &= 6x-13-6x \\
-3x &= -13 \\
\frac{-3}{-3}x &= \frac{-13}{-3} \\
x &= \frac{13}{3}
\end{aligned}$$

Cette équation admet pour équation  $\frac{13}{3}$ **C.11**

$$\begin{aligned}
\text{a) } 2(x-2) &= 3x+3(2x+1) \\
2 \times x - 2 \times 2 &= 3x + 3 \times 2x + 3 \times 1 \\
2x-4 &= 3x+6x+3 \\
2x-4 &= 9x+3 \\
2x-4+4 &= 9x+3+4 \\
2x &= 9x+7 \\
2x-9x &= 9x+7-9x \\
-7x &= 7 \\
\frac{-7x}{-7} &= \frac{7}{-7} \\
x &= -1
\end{aligned}$$

La solution de cette équation est -1.

$$\begin{aligned}
\text{b) } 2(x+1) - 3(2x-4) &= -3(-x+1) \\
2x+2-6x+12 &= 3x-3 \\
-4x+14 &= 3x-3 \\
-4x+14-14 &= 3x-3-14 \\
-4x &= 3x-17 \\
-4x-3x &= 3x-17-3x \\
-7x &= -17 \\
\frac{-7x}{-7} &= \frac{-17}{-7} \\
x &= \frac{17}{7}
\end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution  $\frac{17}{7}$ **C.12****1** L'âge d'Henry s'exprime par  $6 \times x$ . Ainsi, leur somme valant 42 s'exprime par :

$$6 \times x + x = 42$$

**2** De l'égalité :

$$6 \times x + x = 42$$

On en déduit :

$$7x = 42$$

La définition du quotient donne :

$$x = \frac{42}{7}$$

$$x = 6$$

Annette a donc 6 ans.

**C.13** Notons  $x$  le nombre d'années qui doit s'écouler :

- Marc aura  $11+x$  ;
- Pierre aura  $26+x$ .

L'âge de Pierre doit être le double de celui de Marc :

$$2 \times (11 + x) = 26 + x$$

$$22 + 2x = 26 + x$$

$$2x = 26 + x - 22$$

$$2x = 4 + x$$

$$2x - x = 4 + x - x$$

$$x = 4$$

Il faudra attendre 4 ans pour voir la condition se réaliser.

**C.14**

- La cage de gauche a son poids qui s'exprime par :  $2x + 60$
  - La cage de droite a son poids qui s'exprime par :  $x + 130$
- 2) Les deux cages ayant le même poids, on en déduit que le poids  $x$  d'un dauphin vérifie l'équation :

$$2x + 60 = x + 130$$

$$2x + 60 - 60 = x + 130 - 60$$

$$2x = x + 70$$

$$2x - x = x + 70 - x$$

$$x = 70$$

Un dauphin pèse 70 kg.

**C.15** On note  $x$  l'âge de Cécile :

- Il y a trois ans :
- ➔ Cécile avait  $x-3$  ans ;
- ➔ Son père avait  $39-3$ .

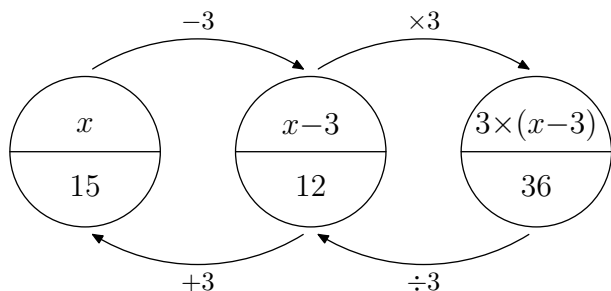
Le triple de l'âge de Cécile s'exprime par :  $3 \times (x-3)$

Ainsi, l'âge  $x$  de Cécile vérifie l'équation :

$$3 \times (x - 3) = 39 - 3$$

$$3 \times (x - 3) = 36$$

- Un diagramme permettrait de répondre à la question :



**C.16**

- Le polygone  $ABCDE$  a une aire égale à :

$$A = x^2 + 3 \times 4 = x^2 + 12$$

Le polygone  $GHIJ$  a une aire égale à :  $A' = (x+2)^2$

- Ces deux aires sont égales lorsque l'indéterminée  $x$  rendra vraie l'égalité suivante :

$$x^2 + 12 = (x + 2)^2$$

Réolvons l'équation suivante :

$$x^2 + 12 = (x + 2)^2$$

$$x^2 + 12 = (x + 2)(x + 2)$$

$$x^2 + 12 = x^2 + 2x + 2x + 4$$

$$x^2 + 12 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 + 12 - x^2 = x^2 + 4x + 4 - x^2$$

$$12 = 4x + 4$$

$$4x + 4 = 12$$

$$4x = 12 - 4$$

$$4x = 8$$

$$x = \frac{8}{4}$$

$$x = 2$$

Ces deux polygones auront la même aire lorsque  $x$  aura pour valeur 2.

**C.17**

- 1) Le rectangle  $ABCD$  a pour dimension 4 cm et  $6-x$  cm.

Ce rectangle a pour aire :

$$A = 4 \times (6 - x) = 24 - 4x$$

- 2) Le triangle  $DCF$  a pour aire :

$$A' = \frac{x \times 4}{2} = 2x$$

- 3) La valeur de  $x$  rendant ces deux polygones de même erreur doit vérifier l'égalité :

$$A = A'$$

$$24 - 4x = 2x$$

Réolvons l'équation :

$$24 - 4x = 2x$$

$$2x = 24 - 4x$$

$$2x + 4x = 24$$

$$6x = 24$$

$$x = \frac{24}{6}$$

$$x = 4$$

Ainsi, le rectangle  $ABCD$  et le triangle  $DCF$  ont la même aire pour  $x=4$ .

**C.18** La correction proposée correspond davantage à un élève de quatrième et ne correspond surtout pas à la démarche à aborder pour une situation problème.

Notons  $x$  la longueur du côté du carré.

Les deux carrés définissent une surface :

- Le grand carré a une aire valant :  $A = c \times c = 26 \times 26676 \text{ cm}^2$

- Le petit carré a une aire valant :  $A' = c' \times c' = x \times x$

Par soustraction des aires, on obtient l'aire de la surface hachurée :

$$A - A' = 576$$

$$676 - (x \times x) = 576$$

$$x \times x = 676 - 576$$

$$x \times x = 100 \text{ cm}^2$$

On en déduit que la longueur du côté du carré découpé vaut 10 cm.

**C.19** La correction proposée correspond davantage à un élève de quatrième et ne correspond surtout pas à la démarche à aborder pour une situation problème.

Notons  $x$  le prix d'un café.

En enlevant un café dans chacune de ces factures, on obtient :

● Assiette de charcuterie.....	9€
● Steak haché frite....	12€
● 2 Cafés.....	xxx
<hr/>	
Total.....	xxx

● Salade au chèvre chaud.....	11,5€
● Escalope de veau....	14€
<hr/>	
Total.....	25,5

● La première addition aura pour valeur :  
 $9 + 12 + 2 \times x = 21 + 2 \times x$

● La seconde addition aura pour valeur :  
 $11,5 + 14 = 25,5$

Le montant des deux additions étant toujours le même, on obtient l'égalité :

$$21 + 2 \times x = 25,5$$

$$2 \times x = 25,5 - 21$$

$$2 \times x = 4,5$$

$$x = \frac{4,5}{2}$$

$$x = 2,25$$

Ainsi, dans ce restaurant, le prix d'un café est de 2,25 €.