Chapitre 11 - Proportionnalité

C.1

(a) Pour le tableau de proportionnalité suivant :

24	x
9	3

Le produit en croix donne l'égalité suivante :

$$24\times3 = 9\times x$$
$$x = \frac{24\times3}{9}$$
$$x = \frac{8\times3\times3}{9}$$
$$x = \frac{8\times9}{9}$$
$$x = 8$$

La quatrième proportionnelle recherchée est 8.

(b) Pour le tableau de proportionnalité suivant :

15	12
9	x

Le produit en croix donne l'égalité suivante :

$$15\times x = 12\times9$$
$$x = \frac{12\times9}{15}$$
$$x = \frac{12\times9}{5\times3}$$
$$x = \frac{12\times3}{5}$$
$$x = \frac{36}{5}$$
$$x = 7{,}2$$

La quatrième proportionnelle de ce tableau est 7,2.

(c) Pour le tableau de proportionnalité suivant :

x	54
3	27

D'après le produit en croix :

$$x\times27 = 3\times54$$
$$x = \frac{3\times54}{27}$$
$$x = 3\times2$$
$$x = 6$$

La quatrième proportionnelle a pour valeur 6.

C.2

(a)

3	5
x	1,4

D'après le produit en croix, on a l'égalité :

$$3\times1{,}4 = 5\times x$$
$$4{,}2 = 5\times x$$
$$x = \frac{4{,}2}{5}$$
$$x = 0{,}84$$

(b)

21	x
3	5

D'après le produit en croix, on a l'égalité :

$$21\times5 = 3\times x$$
$$x = \frac{21\times5}{3}$$
$$x = 7\times5$$
$$x = 35$$

(c)

4	x
1,2	0,6

D'après le produit en croix, on a l'égalité :

$$4\times0{,}6 = 1{,}2\times x$$
$$1{,}2\times x = 2{,}4$$
$$x = \frac{2{,}4}{1{,}2}$$
$$x = 2$$

C.3

(1) On a le tableau de proportionnalité suivant :

	Référence	Ordinateur
Euro (€)	1	x
Dollar ($)	1,3256	450

D'après le produit en croix, on obtient l'égalité :

$$1\times450 = 1{,}3256\times x$$
$$x = \frac{450}{1{,}3256}$$
$$x \approx 339{,}4689 \approx 339{,}47\,€$$

En euro, le prix de cet ordinateur est de 339,47 €.

(2) On a le tableau de proportionnalité suivant :

	Référence	Argent
Euro (€)	1	2 000
Dollar ($)	1,3256	x

D'après le produit en croix, on obtient l'égalité :

$$1\times x = 2\,000\times1{,}3256$$
$$x = 2\,651{,}20$$

Ainsi, ce touriste aura sur lui la somme de 2 651,20 $.

C.4

(1) Ce problème permet de créer le tableau de proportionnalité suivante :

Personnes	6	10
Litres	1,5	x

D'après le produit en croix, on a l'équation suivante :

$$6\times x = 1{,}5\times10$$
$$x = \frac{1{,}5\times10}{6}$$
$$x = 2{,}5\,\ell$$

Jean aura donc besoin de 2,5 litres de jus d'orange pour confectionner son cocktail.

(2) Ce n'est pas en doublant le temps de révision qu'on est sûr de doubler sa progression : cette situation n'est pas une situation de proportionnalité.

C.5

(1) On a le tableau de proportionnalité suivant :

Copies	4	26
Durée	22	x

D'après le produit en croix, on a l'équation suivante :

$$4\times x = 22\times26$$
$$x = \frac{22\times26}{4}$$
$$x = \frac{572}{4}$$
$$x = 143\,min$$

(2) On ne sait pas si lors du deuxième trajet, la consom-

mation sera la même : peut-être que l'automobiliste ne roulera pas à la même vitesse ? Peut-être qu'il sera confronté à des bouchons ou à davantage de côte ?

C.6

1 a Voici le tableau complété :

Somme possédée	100	200	20	120	340	3, 4
Argent perçu par les impôts	12	24	2,4	14,4	40,8	0,408

$\times\frac{12}{100}$

b Le tableau de proportionnalité est :
$\frac{12}{100}$0,12

c
- 12 % de 200 € : 24 €.
- 12 % de 120 grammes : 14,4 grammes.
- 12 % de 20 km : 2,4 km

2 a Prendre 12 % d'une valeur, c'est la multiplier par $\frac{?12}{100}$.

b Prendre 60 % d'une valeur, c'est la multiplier par $\frac{60}{100}$
Ainsi, 60 % de 135 € représente la somme de 81 €.

C.7 Nous obtenons le tableau de proportionnalité suivant :

	Pull	Pourcentage
Prix initial	45	100
Réduction	x	12

$\times 0{,}12$

Le coefficient issu de la seconde colonne a pour valeur :
$\frac{12}{100} = 0{,}12$

On en déduit la réduction du pull :
$x = 45\times 0{,}12 = 5{,}4$

Ainsi, le nouveau prix du pull sera de :
$45 - 5{,}4 = 39{,}6$ €.

C.8

1 Les trois mètres de drap couteront :
$3\times 20 = 60$€

2 a Le mètre de doublure valant 10 % du prix du tissu, son mètre a pour valeur 2 €

b Les 2,5 mètres de doublure couteront :
$2{,}5\times 2 = 5$ €

3 Les fournitures couteront :
$60\times\frac{1}{5} = 12$ €

4 Le prix du matériel est de : $60 + 5 + 12 = 77$ €.

Avec la main d'oeuvre, le prix total du costume est de :
$77 + 12 = 89$€

C.9

1 Le tableau ci-dessous nous permettra de déterminer le pourcentage représenté par 6 par rapport à 24 :

	Référence	Partie
Valeur	24	6
Pourcentage	100	x

D'après le produit en croix, on obtient la valeur suivante :
$24\times x = 100\times 6$
$x = \frac{100\times 6}{24}$
$x = 25$
Les 6 élèves représentent 25 % de la classe.

2 Le tableau ci-dessous nous permettra de déterminer le pourcentage représenté par 18 par rapport à 72 :

	Référence	Partie
Valeur	72	18
Pourcentage	100	x

D'après le produit en croix, on obtient la valeur suivante :
$72\times x = 100\times 18$
$x = \frac{100\times 18}{72}$
$x = 25$
Les 18 moutons représentent 25 % du troupeau.

C.10

- Pour le gâteau de Cheik :
Le poids total des ingrédients est de :
$90 + 20 + 40 = 150\,g$

Notons x le pourcentage de chocolat dans le gâteau. On a le tableau de proportionnalité :

100	150
x	90

$\times\frac{90}{150}$

Ainsi, le pourcentage de chocolat dans son tableau est de :
$100\times\frac{90}{150} = 60\,\%$

- Pour le gâteau d'Émilie :
Le poids total des ingrédients est de :
$210 + 73 + 117 = 400\,g$

Notons x le pourcentage de chocolat dans le gâteau. On a le tableau de proportionnalité :

100	400
x	210

$\times\frac{210}{400}$

Ainsi, le pourcentage de chocolat dans son tableau est de :
$100\times\frac{210}{400} = 52{,}5\,\%$

Ainsi, le gâteau contenant, en proportion, le plus de chocolat est celui de Cheik.

C.11

1 a Calculons les 35 % de cette somme. En notant x la

somme prêtée par Alexandra, on a le tableau de proportionnalité :

	Alexandra	Pourcentage
Somme totale	362	100
Somme prétée	x	35

$\times 0{,}35$

Le coefficient obtenu à partir de la seconde colonne a pour valeur :
$\dfrac{35}{100} = 0{,}35$
Ainsi, la somme prêtée par Alexandra a pour valeur :
$362 \times 0{,}35 = 126{,}70$ €.

Et, on obtient la somme prêtée par Cédric :
$362 - (126{,}7 + 144{,}8) = 90{,}5$ €.

b Nous obtenons le tableau suivant :

	Yannick	Pourcentage
Total	x	100
Somme prétée	144,80	80

$\times 0{,}8$

La seconde colonne permet d'obtenir le coefficient de proportionnalité :
$\dfrac{80}{100} = 0{,}8$
En appliquant ce coefficient dans la première colonne, on obtient la somme totale détenue par Yannick :
$\dfrac{144{,}80}{0{,}80} = 181$ €.

2 Julie a économisé 362 € sur un total de 400 €. Voilà le tableau obtenu :

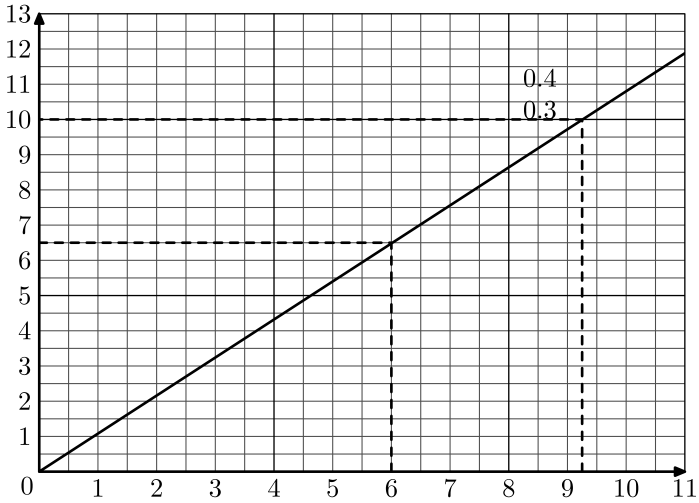
	Euro	Pourcentage
Somme du projet	400	100
Somme récoltée	362	x

$\times 0{,}905$

La première colonne permet d'obtenir le coefficient de proportionnalité du tableau :
$\dfrac{362}{400} = 0{,}905$
En appliquant ce coefficient dans la seconde colonne, on obtient le pourcentage de la somme récoltée :
$100 \times 0{,}905 = 90{,}5\ \%$

C.12

1 Par lecture graphique :



a Avec 6 litres de liquides, on obtient 6,5 litres de glace.

b Pour obtenir 10 litres de glace, il est nécessaire d'avoir 9,25 litres de liquide.

2 Le volume de glace a l'air proportionnel au volume d'eau liquide, car la représentation graphique de cette correspondance est une droite passant par l'origine du repère : la représentation d'une fonction linéaire indique une situation de proportionnalité.

3 On a le quotient : $\dfrac{10{,}8}{10} = 1{,}08$
Ce quotient indique que l'augmentation du volume est de 8 %.

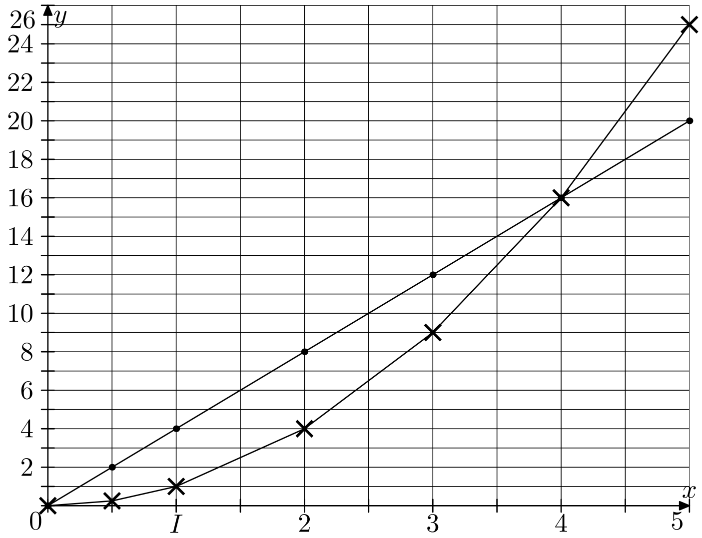
C.13

1 Voici le tableau complété :

x	0	0,5	1	2	3	4	5
Périmètre (P_x)	0	2	4	8	12	16	20
Aire (A_x)	0	0,25	1	4	9	16	25

2
- Le passage de la 1^o ligne à la 2^o ligne est un phénomène de proportionnalité, car on multiplie par 4 pour passer de la 1^{er} à la seconde 2^{nd} ligne.
  Autrement dit, ce coefficient de proportionnalité vaut 4.
- Le passage de la 1^o ligne à la 3^o ligne n'est pas un phénomène de proportionnalité ; les deux rapports suivants montrent qu'il n'y a pas égalité des rapports :
  $\dfrac{1}{1} = 1 \quad ; \quad \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$

3 a Les points $(x\,;P(x))$ sont représentés en bleu et les points $(x\,;A(x))$ en rouge.



(b) La représentation d'une situation de proportionnalité est une droite passant par l'origine du repère.

C.14 On a :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{532}{5} = 106{,}4\,^{km}\!/_{h}$$

C.15

(1) $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{1}{0{,}25} = 4\,^{km}\!/_{h}$

(2) $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{56}{0{,}5} = 112\,^{km}\!/_{h}$

(3) $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{170}{0{,}2} = 850\,^{km}\!/_{h}$

C.16 On a la conversion suivante :

$3h\,15min = 3h + 0{,}25h = 3{,}25\,h$

La formule de la vitesse permet d'obtenir :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{13{,}65}{3{,}25} = 4{,}2\,^{km}\!/_{h}$$

Cet homme marche à une vitesse de $4{,}2\,^{km}\!/_{h}$.

C.17

(1) La vitesse du faucon pèlerin est donc :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{150}{3} = 50\,^{m}\!/_{s}$$

(2) Ainsi, le faucon pèlerin parcours en 1 heure :

$$d = v\times t = 50\times 3600 = 180\,000\,m = 180\,km$$

La vitesse du faucon pèlerin est donc de $180\,^{km}\!/_{h}$.

C.18 On a la conversion suivante :

$11\,h\;50\,min = 710\,min = 42\,600\,s$

On a la formule suivante :

$$v = \frac{d}{t}$$

$$238 = \frac{d}{42\,600}$$

Le produit en croix permet d'écrire :

$$d = 238\times 42\,600$$
$$d = 10\,138\,800\,m$$
$$d = 10\,138{,}8\,km$$

C.19 On a la conversion suivante :

$35\,min = 35\times 60\,s = 2100\,s$

La formule de la vitesse permet d'obtenir :

$$v = \frac{d}{t}$$

$$1{,}2 = \frac{d}{2100}$$

D'après le produit en croix, on a :

$$1{,}2\times 2100 = d$$
$$d = 2520\,m$$

C.20

(1) Utilisons la formule donnant la vitesse en fonction de la distance et de la durée du parcours :

$$v = \frac{d}{t}$$

Par application numérique :

$$300\,000 = \frac{d}{1{,}3}$$

D'après le produit en croix :

$$d = 300\,000\times 1{,}3$$
$$d = 390\,000\,km$$

(2) On a la conversion suivante de durée :

$8\,min\;30\,s = 8{,}5\,min \quad \rightsquigarrow \quad (8{,}5\times 60)\,s = 510\,s$

En utilisant la formule donnant la vitesse en fonction de la distance et de la durée du parcours :

$$v = \frac{d}{t}$$

$$300\,000 = \frac{d}{510}$$

D'après le produit en croix, on a :

$$d = 300\,000\times 510$$
$$d = 153\,000\,000\,km$$
$$d = 1{,}53\times 10^8\,km$$