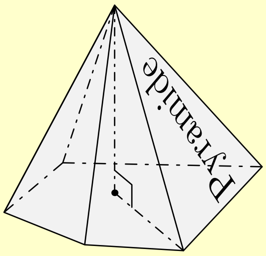
Chapitre 12 - Espace

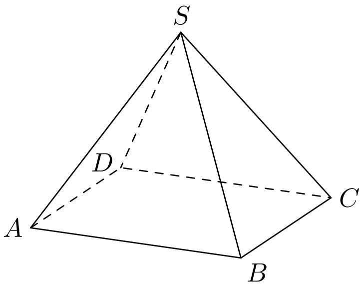
E.1

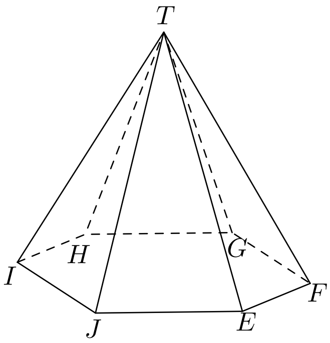
Définition :
La pyramide est un solide muni d'une base polygonale et d'un point appelé sommet *(aussi appelé apex)* qui est relié à tous les sommets de la base.

Proposition :
Si la base d'une pyramide possède n sommets, la pyramide contient $2n$ arêtes et $n{+}1$ faces.



On considère les deux pyramides ci-dessous :





1. Considérons la pyramide $ABCDS$:
   - a. Quelle est la nature de la base de cette pyramide?
   - b. De combien d'arêtes est constituée cette pyramide?
   - c. De combien de faces est constituée cette pyramide?
2. Considérons la pyramide $EFGHIJT$:
   - a. Quelle est la nature de la base de cette pyramide?
   - b. De combien d'arêtes est constituée cette pyramide?
   - c. De combien de faces est constituée cette pyramide?

E.2

1. On considère la pyramide $\mathcal{P}$ dont la base est un heptagone. Combien de faces constituent la pyramide $\mathcal{P}$?
2. La pyramide $\mathcal{Q}$ possède 18 arêtes. Quelle est la nature de sa base?

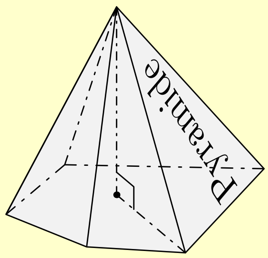
Nom des polygones :

Nombre de côtés	Nom du polygone
3	triangle
4	quadrilatère
5	pentagore
6	hexagone

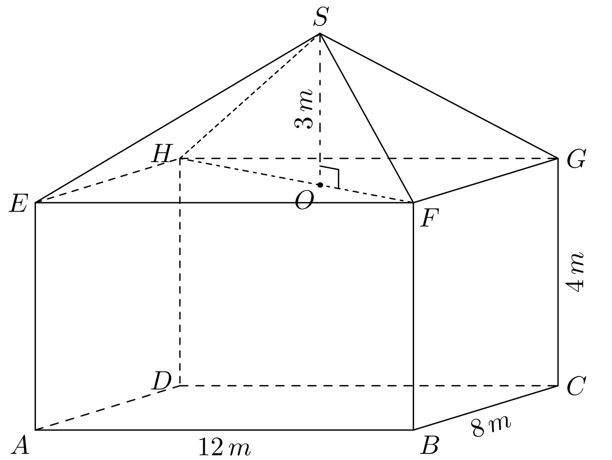
Nombre de côtés	Nom du polygone
7	heptagone
8	octogone
9	ennéagone
10	décagone

E.3

Proposition :
Soit $\mathcal{P}$ une pyramide de hauteur h et dont la base a pour aire $\mathcal{A}$.
Le volume $\mathcal{V}$ de la pyramide a pour mesure :
$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A} \times h$$

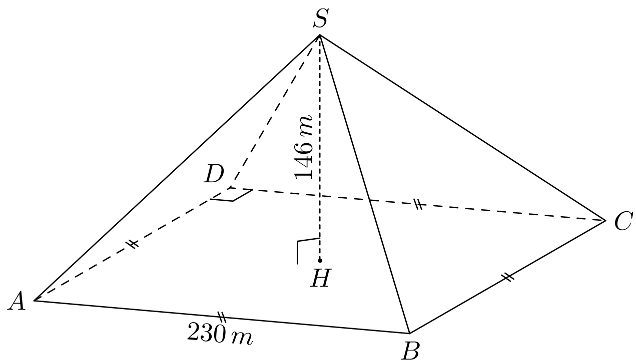


Une maison est construite en superposant un pavé droit $ABCDEFGH$ et une pyramide $EFGHS$ de sommet S. La représentation ci-dessous précise quelques mesures :



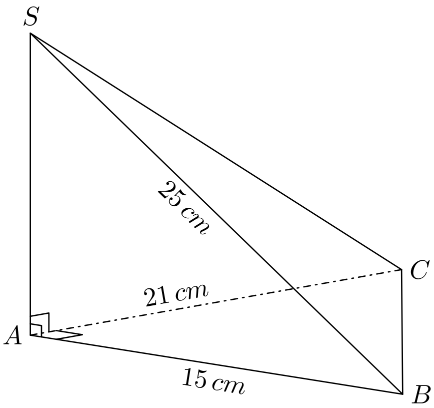
Déterminer le volume total de cette maison.

E.4 La pyramide de Khéops, située en Égypte, est une pyramide à base carrée dont les côtés de la base mesure $230\,m$ et la hauteur, à sa construction, mesurait $146\,m$.
Voici une représentation de cette pyramide :



1. Déterminer le volume de la pyramide de Khéops, arrondi au mètre-cube près.
2. En supposant que toutes les pierres de la pyramide soient identiques et que chacune d'elles a un volume de $0{,}95\,m^3$ et que chacune pèse 2,1 tonnes. Déterminer, en kilogramme, le poids total de la pyramide de Khéops.

E.5 Dans l'espace, on considère la pyramide $ABCS$ dont la base ABC est un triangle rectangle et le sommet est le point S.
De plus, la face ABS est un triangle rectangle en A et la face CAS est un triangle rectangle en A.



On donne les dimensions suivantes :
$AB = 15\,cm$; $AC = 21\,cm$; $BS = 25\,cm$

1. Établir que : $AS = 20\,cm$
2. Déterminer le volume de la pyramide.

E.6

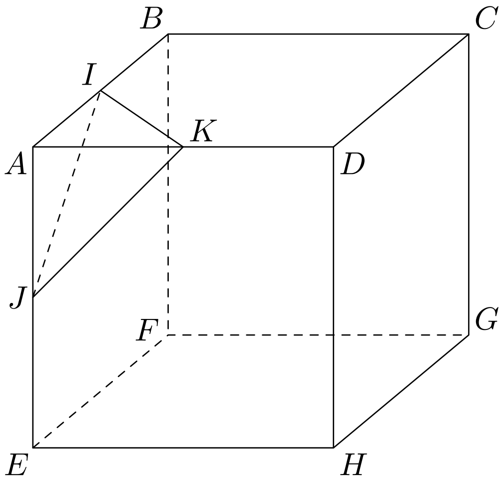
> ***Rappel :*** *volume $\mathcal{V}$ d'une pyramide :*
> $$\mathcal{V} = \frac{\text{(aire de la base)} \times \text{hauteur}}{3}$$

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête $AB = 12\,cm$.

I est le milieu du segment $[AB]$;

J est le milieu du segment $[AE]$;

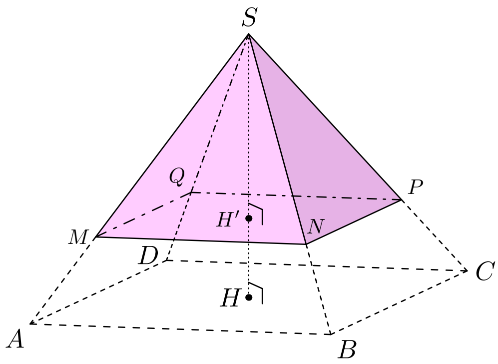
K est le milieu du segment $[AD]$.



1. Calculer l'aire du triangle AIK.
2. Calculer le volume de la pyramide $AIKJ$ de base AKI.
3. Quelle fraction du volume du cube représente le volume de la pyramide $AIKJ$? Écrire le résultat sous forme d'une fraction de numérateur 1.
4. Tracer un patron de la pyramide $AIKJ$.

E.7 On considère la pyramide $ABCDS$ dont la base $ABCD$ est un carré tel que :
$AB = 9\,cm$; $SH = 12{,}75\,cm$; $SB = 14{,}25\,cm$

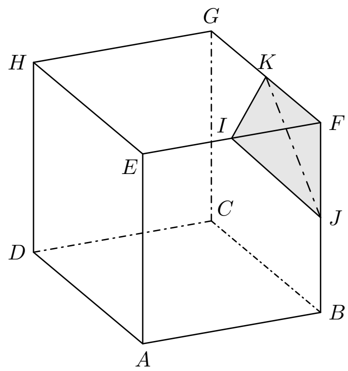
On construit la pyramide $MNPQS$ dont la base $MNPQ$ est un carré parallèle au carré $ABCD$ et tel que : $SN = 9{,}5\,cm$



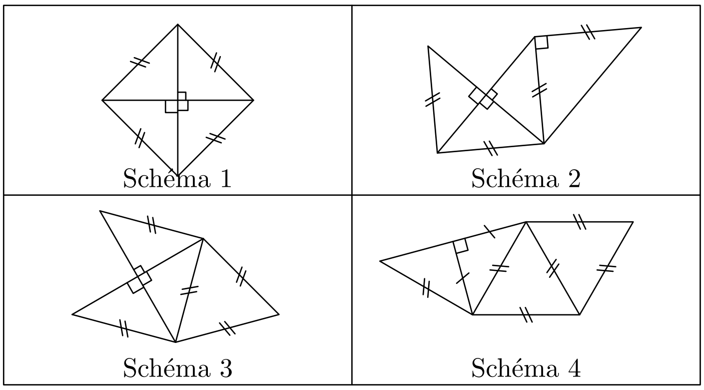
Déterminer la mesure de la hauteur $[SH']$ de la pyramide $MNPQS$.

E.8

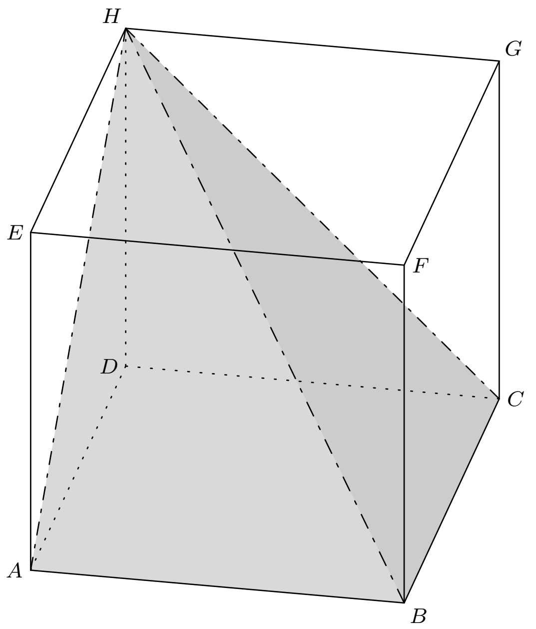
On découpe la pyramide $FIJK$ dans le cube $ABCDEFGH$ comme le montre le dessin ci-contre.
Le segment $[AB]$ mesure $6\,cm$.
Les points I, J et K sont les milieux respectifs des arêtes $[FE]$, $[FB]$ et $[FG]$.



1. Tracer le triangle IFK en vraie grandeur.
2. Un des quatre schémas ci-dessous correspond au patron de la pyramide $FIJK$.
   Indiquer son numéro sur la copie. Aucune justification n'est attendue.



E.9 On considère un cube $ABCDEFGH$ d'arête $5\,cm$ à l'intérieur duquel on a taillé la pyramide $ABCDH$.



1 a Déterminer la mesure au millimètre près du segment $[AH]$.

b Déterminer la mesure au millimètre près du segment $[BH]$.

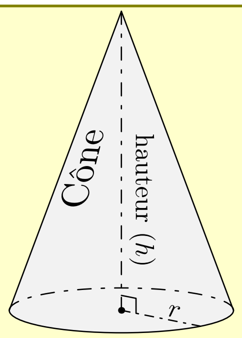
2 a Donner la nature et les dimensions de chacune de ses faces.

b Réaliser un patron de la pyramide $ABCDH$.

E.10

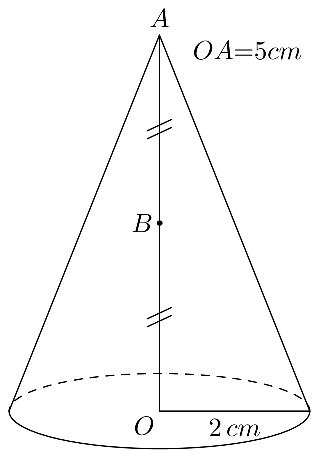
Proposition :
Un cône de rayon r et de hauteur h a pour volume :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\times\pi\times r^2\times h$$

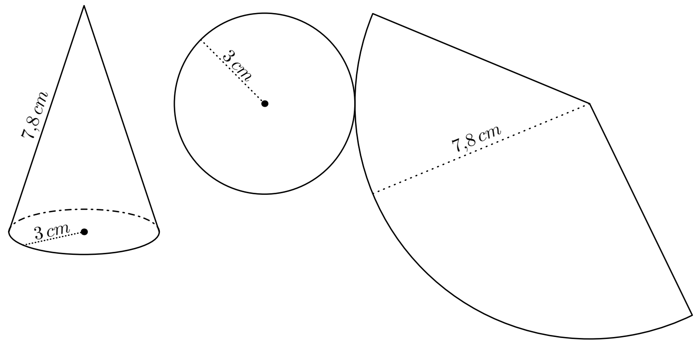


On considère un cône de révolution de hauteur $5\,cm$ et dont la base a pour rayon $2\,cm$. Le point A est le sommet du cône et O le centre de sa base. B est le milieu de $[AO]$.

Calculer le volume du cône en cm^3. On arrondira à l'unité.



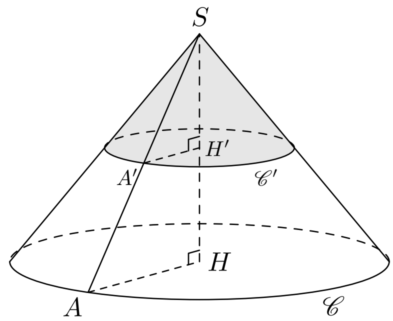
E.11 Ci-dessous est représenté un cône et son patron :



Le disque de la base a pour rayon $3\,cm$ et tout segment de la face latérale, reliant le sommet du cône à un point de la base, a pour mesure $7{,}8\,cm$

Déterminer le volume de ce cône arrondi au millimètre cube près.

E.12 On considère le cône de base $\mathscr{C}$, de centre H et de rayon $[HA]$, et de sommet S tel que : $HA=6\,cm$; $HS=15\,cm$

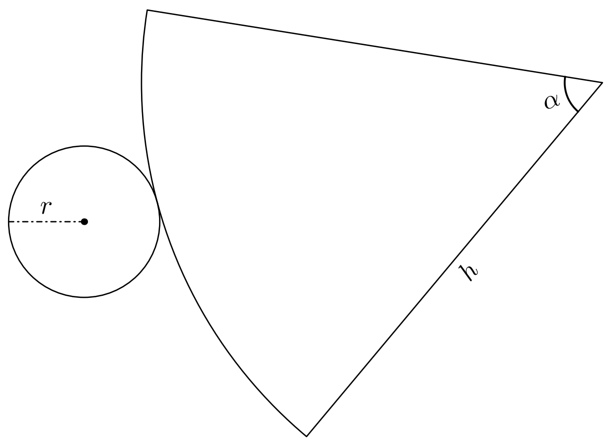


On coupe le cône par un plan parallèle à sa base et passant par le point H' du segment $[SH]$ et tel que : $SH'=5\,cm$.
On admet que :

- la section est un cercle $\mathscr{C}'$ de centre H' et de rayon $[H'A']$ où le point A' est sur le segment $[SA]$.
- les droites $(A'H')$ et (AH) sont parallèles.

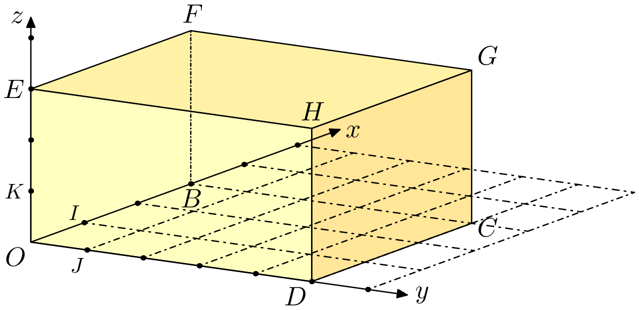
Déterminer la mesure du rayon du cercle $\mathscr{C}'$.

E.13 Ci-dessous est représenté le patron d'un cône de révolution :



Exprimer la mesure de l'angle α, en degré, en fonction des valeurs de r et de h.

E.14 Dans l'espace, on considère le repère $(O\,;I\,;J\,;K)$ représenté ci-dessous et d'unité $1\,ncm$:

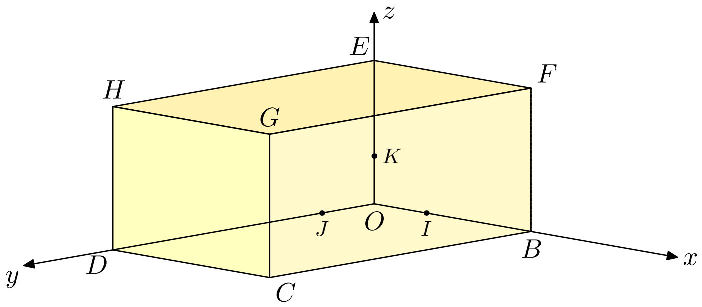


On construit le pavé droit $OBCDEFGH$ sur ce repère :

- le côté $[OB]$ est positionné sur la partie positive de l'axe des abscisses ;
- le côté $[OD]$ est positionné sur la partie positive de l'axe des ordonnées ;
- le côté $[OE]$ est positionné sur la partie positive de l'axe de la côte.

1. Donner les mesures du pavé droit $OBCDEFGH$.
2. Donner les coordonnées des points suivants :
   D ; B ; E ; G

E.15 On considère le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\,;K\big)$ dont l'unité est le centimètre et le pavé droit $OBCDEFGH$ représenté ci-dessous :



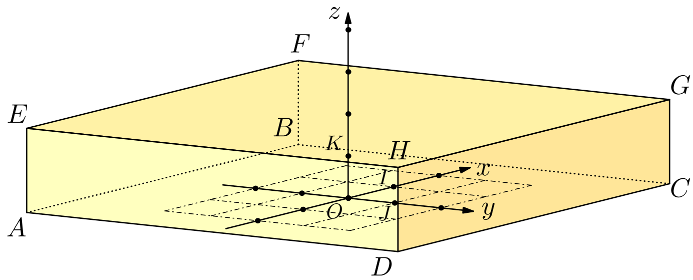
À l'aide de ce pavé droit, on construit un repère d'unité $1\,cm$ d'origine le point O tel que :

- Le point B appartient à l'axe des abscisses (Ox) et son abscisse est positive.
- Le point D appartient à l'axe des ordonnées (Oy) et son ordonné est positive.
- Le point E appartient à l'axe des côtes (Oz) et sa côte est positive.

De plus, on connait les coordonnées des points suivants :
$B\,\big(5\,;0\,;0\big)$; $H\,\big(0\,;10\,;3\big)$

1. Donner les coordonnées des points suivants :
   F ; C
2. Déterminer le volume de ce pavé droit.

E.16 Dans l'espace, on considère le repère $\big(O\,;I\,;J\,;K\big)$ représenté ci-dessous et d'unité $1\,ncm$:



Le pavé droit $ABCDEFGH$ a ses côtés parallèles aux axes du repère. On donne les coordonnées de certains points :
$A\big(-3\,;-4\,;0\big)$; $F\big(3\,;-4\,;2\big)$; $G\big(3\,;4\,;2\big)$

1. a. Donner la mesure du côté $[AB]$.
   b. Donner les mesures du pavé droit $ABCDEFGH$.
2. Déterminer le volume du pavé droit $ABCDEFGH$.