

# Chapitre 13 - Puissances

E.1

**Définition :** pour  $a$  un nombre quelconque et  $n$  un entier strictement positif, on appelle "puissance du nombre  $a$  à l'exposant  $n$ ".

Ce nombre se note  $a^n$ . C'est-à-dire :  $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$

**Exemple :**

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \quad ; \quad 7^{11} = \underbrace{7 \times 7 \times \dots \times 7}_{11 \text{ fois}} = 1977326743$$

On dit que :

- $5^3$  est la puissance du nombre 5 à l'exposant 3 ;
- $7^{11}$  est la puissance du nombre 7 à l'exposant 11.

1) À l'aide de la calculatrice, donner la valeur des produits suivants :

a)  $3^4$       b)  $2^5$       c)  $7^2$

2) Donner l'écriture mathématique des nombres suivants :

- a) La puissance du nombre 5 à l'exposant 4 ;  
 b) La puissance du nombre 4 à l'exposant 9.

E.2 Donner la valeur de chacun des nombres suivants :

a)  $4^2$       b)  $5^3$       c)  $2^5$       d)  $3^5$       e)  $10^3$

E.3 Associer chacune des expressions sous la forme d'une puissance (colonne de gauche) avec sa valeur (colonne de droite) :

- |                |       |
|----------------|-------|
| $2^5$ •        | • 10  |
| $5^3$ •        | • 12  |
| $2 \times 5$ • | • 32  |
| $3^4$ •        | • 15  |
| $3 \times 4$ • | • 81  |
| $5 \times 3$ • | • 125 |

E.4 Donner la valeur, sous forme simplifiée des puissances suivantes :

a)  $(-2)^3$     b)  $(-2)^4$     c)  $\left(\frac{5}{2}\right)^2$     d)  $\left(\frac{-2}{3}\right)^3$     e)  $(-1)^{100}$

E.5 Effectuer les calculs suivants :

a)  $5 - 2 \times 6^2$       b)  $2 \times (30 - 5^2)$       c)  $4 + (18 - 12)^2$

E.6 Effectuer les calculs suivants :

a)  $5^2 \times (7^2 - 50)$     b)  $5 - (5 \times 2 - 4^2)^2$     c)  $(2 - 3)^2 - (2^2 - 3^2)$

E.7 Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

a)  $\frac{5^2 - 7^2}{(5 - 7)^2}$       b)  $\frac{2 - 2^2 \times 3}{5^2 \times 3 - 4}$       c)  $\frac{5^2 - 3^2 \times 2}{7^2}$

E.8

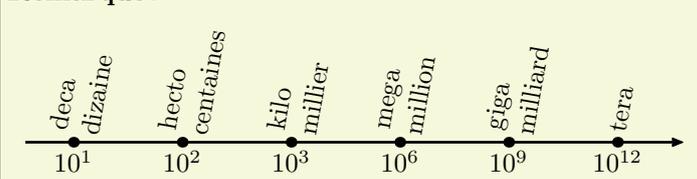
1) Donner les valeurs de chacune de ces expressions écrites sous la forme d'une puissance de 10 :

a)  $10^3$       b)  $10^6$       c)  $10^9$       d)  $10^{11}$

2) Compléter les pointillés suivant avec les entiers positifs correspondant :

- un millier s'écrit 1 000 ou  $10^{\dots}$  ;
- un million s'écrit 1 000 000 ou  $10^{\dots}$  ;
- un milliard s'écrit 1 000 000 000 ou  $10^{\dots}$ .

**Remarque :**



E.9 En observant l'égalité ci-dessous, répondre aux questions suivantes :

$$3^4 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$$

- 1) Prouver l'égalité :  $5^4 \times 5^2 = 5^6$ .  
 2) Effectuer les simplifications des expressions suivantes :  
 $C = 7^2 \times 7^5$  ;  $D = 5^3 \times 5^3$  ;  $E = 3^4 \times 3^7$

E.10

- 1) En simplifiant le quotient, justifier l'égalité :  $\frac{7^8}{7^3} = 7^5$ .  
 2) Simplifier les fractions suivantes :

$$F = \frac{2^5}{2^2} \quad ; \quad G = \frac{7^8}{7^{11}} \quad ; \quad H = \frac{5^2 \times 5^{10}}{5^9}$$

E.11

- 1) Justifier l'égalité suivante :  
 $I = (2^3)^4 = 2^{12}$   
 2) Développer les expressions suivantes :  
 $J = (3^2)^5$  ;  $K = (5^4)^3$  ;  $L = (7^3)^3$

E.12

Pour  $a$  un entier positif,  $m$  et  $n$  deux entiers strictement positifs :

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad ; \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad ; \quad (a^n)^m = a^{n \times m}$$

a)  $5^4 \times 5^7$       b)  $\frac{6^8}{6^5}$       c)  $(2^5)^3$

E.13 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

a)  $10^5 \times 10^8$       b)  $10^2 \times 10^7$       c)  $10^{14} \times 10^{21}$

E.14 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

(a)  $10^3 \times 10^{12} \times 10^4$       (b)  $(2 \times 10^5) \times (5 \times 10^3)$

E.15 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

(a)  $(10^2)^3$       (b)  $(10^4)^2$       (c)  $(10^3)^3$       (d)  $(10^4)^6$

E.16 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

(a)  $\frac{10^5}{10^2}$       (b)  $\frac{10^{12}}{10^6}$       (c)  $\frac{10^7}{10^4}$       (d)  $\frac{10^{21}}{10^{14}}$

E.17

1 Justifier la simplification :  $\frac{5^7}{5^9} = \frac{1}{5^2}$

2 Simplifier les expressions suivantes :

(a)  $\frac{12^5}{12^{10}}$       (b)  $\frac{5^4}{5^8}$       (c)  $\frac{3^{102}}{3^{150}}$

E.18 Simplifier les expressions suivantes :

(a)  $3^5 \times 3^8$       (b)  $\frac{7^{10}}{7^6}$       (c)  $6^8 \times 6^4$       (f)  $\frac{6^7}{6^4}$

E.19 Simplifier l'écriture des opérations suivantes :

(a)  $7^5 \times 7^9$       (b)  $5^2 \times 5^{13}$       (d)  $\frac{6^8}{6^7}$       (e)  $\frac{12^8}{12^4}$

E.20 Simplifier l'écriture des puissances suivantes :

(b)  $7^5 \times 7^9$       (c)  $12^{13} \times 12^5$       (d)  $\frac{5^8}{5^3}$       (e)  $\frac{13^{15}}{13^7}$

E.21 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

(a)  $3^2 \times 3^4$       (b)  $5^8 \times 5^7$       (c)  $3 \times 3^4$   
 (d)  $\frac{3^5}{3^2}$       (e)  $\frac{8^3}{8^2}$       (f)  $\frac{7^{12}}{7^5}$

E.22 Simplifier les expressions suivantes :

(a)  $3 \times 3^5$       (b)  $\frac{7^4}{7^4}$       (c)  $7^4 \times 7^5 \times 7^9$

E.23 Simplifier les expressions suivantes :

(a)  $\frac{4^5}{4^6}$       (b)  $\frac{3^5}{3^8}$       (c)  $(5^3)^2$       (d)  $(3^2)^7$

E.24

**Définition :** • Pour tout nombre  $a$  non-nul ( $a \neq 0$ ) et pour tout entier  $n$  positif, on note :  $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

•  $a^0 = 1$  ;  $a^1 = a$

**Exemples :**

$\frac{5^3}{5^7} = \frac{1}{5^4} = 5^{-4}$  ;  $7^{-2} \times 7^6 = \frac{1}{7^2} \times 7^6 = \frac{7^6}{7^2} = 7^{6-2} = 7^4$

1 Simplifier l'écriture des quotients suivant sous la forme

$a^n$  où  $n$  est un entier positif ou négatif.

(a)  $\frac{5^6}{5^9}$       (b)  $\frac{11^3}{11^9}$

2 Simplifier l'écriture des quotients suivant sous la forme  $a^n$  où  $n$  est un entier positif ou négatif.

(a)  $4^{-3} \times 4^{12}$       (b)  $8^5 \times 8^{-10}$

E.25 Écrire sous forme décimale :

(a)  $5,4 \times 10^{-2}$       (b)  $6,4 \times 10^3$       (c)  $7,1 \times 10^{-3}$

E.26 À l'aide de la calculatrice, donner l'écriture décimale des nombres suivants :

(a)  $2^{-2}$       (b)  $10^{-3}$       (c)  $5^{-2}$       (d)  $0,01^{-1}$

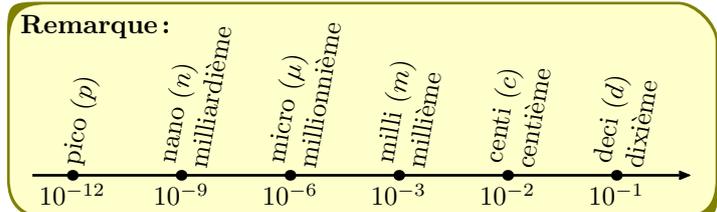
E.27

1 Donner les valeurs de chacune de ces expressions écrites sous la forme d'une puissance de 10 :

(a)  $10^{-3}$       (b)  $10^{-6}$       (c)  $10^{-9}$       (d)  $10^{-11}$

2 Compléter les pointillés suivant avec les entiers positifs correspondant :

- un millièème s'écrit 0,001 ou  $10^{-3}$  ;
- un millionième s'écrit 0,000 001 ou  $10^{-6}$  ;
- un milliardième s'écrit 0,000 000 001 ou  $10^{-9}$ .



E.28

1 À l'aide de la calculatrice, relier les nombres ayant la même valeur :

$10^{-1}$        $10^{-2}$        $10^{-3}$        $10^{-4}$

$\frac{10^1}{10^5}$        $\frac{10^4}{10^5}$        $\frac{10^7}{10^{10}}$        $\frac{10^4}{10^6}$

2 Quelle conjecture peut-on faire?

E.29 Simplifier les expressions suivantes :

(a)  $10^5 \times 10^{-7}$       (b)  $10^{-2} \times 10^{-2}$       (c)  $10^{-3} \times 10^5$       (d)  $\frac{10^5}{10^7}$

E.30

(a)  $\frac{10^5}{10^{-5}}$       (b)  $\frac{10^{-7}}{10^{-7}}$       (c)  $10^4 \times 10^{-2}$       (d)  $\frac{10^3}{10^{-3}}$

E.31 Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- a  $\frac{10^5}{10^9}$     b  $\frac{10^{12}}{10^9}$     c  $\frac{10^{25}}{10^{22}}$     d  $\frac{10^{12}}{10^{17}}$   
 e  $\frac{10^5}{10^{-3}}$     f  $\frac{10^{-5}}{10^7}$     g  $\frac{10^{-2}}{10^5}$     h  $\frac{10^3}{10^{-3}}$

**E.32** Effectuer les calculs suivants :

- a  $10^5 \times 10^{-8} \times 10^{-15} \times 10^2$     b  $10^2 \times 10^{-1} \times 10^{-2}$

**E.33** Effectuer les calculs suivants :

- a  $\frac{10^3 \times 10^{-3}}{10^5}$     b  $\frac{10^{-5} \times 10^4}{10^5}$     c  $\frac{10^2 \times 10^{-9}}{10^5}$

**E.34** Effectuer les calculs suivants :

- a  $\frac{10 \times 10^{-4}}{10^{-8}}$     b  $\frac{10^5 \times 10^{-4}}{10^{-3}}$     c  $\frac{10^{-12} \times 10^8}{10^4}$

**E.35** Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- a  $\frac{10^5 \times 10^2}{10^9}$     b  $10^5 \times 10^{-3}$     c  $\frac{10^5}{10^8} \times 10^3$   
 d  $\frac{10 \times 10^5}{10^{-2}}$     e  $\frac{10^2 \times 10^{-9}}{10^{-4}}$

**E.36**

- a  $\frac{10^3}{(10^{-2})^4}$     b  $\frac{10^{16}}{(10^2)^8}$     c  $\left(\frac{10^5}{10^7}\right)^2$     d  $(10^3)^{-2}$

**E.37** Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

- a  $596,4 \times 10^{-1}$     b  $3,3 \times 10^{-2}$     c  $7,45 \times 10^{-4}$

**E.38** Pour chaque question, comparer les deux nombres proposés :

- a  $1,7 \times 10^{-5}$  et  $1,27 \times 10^{-5}$     b  $2,41 \times 10^{-5}$  et  $2,41 \times 10^{-9}$

**E.39** Compléter correctement les pointillés des égalités suivantes :

- a  $654 \times 10^{-15} = 6,54 \times 10^{\dots}$     b  $0,045 \times 10^{-34} = 4,5 \times 10^{\dots}$

**E.40** Dans chaque cas, déterminer la valeur de  $n$  ou de  $x$  manquante vérifiant l'égalité :

- a  $532 \times 10^n = 5,32$     b  $67 \times 10^n = 0,00067$   
 c  $x \times 10^3 = 531,8$     d  $6,54 \times 10^5 = 654 \times 10^n$   
 e  $6,12 \times 10^{-13} = x \times 10^{-12}$     f  $0,561 \times 10^{-7} = 56,1 \times 10^n$

**E.41**

1) Dans chaque cas, déterminer la valeur de l'entier  $n$  vérifiant l'égalité :

- a  $6794 = 6,794 \times 10^n$     b  $0,00354 = 3,54 \times 10^n$   
 c  $3124,1 = 3,1241 \times 10^n$     d  $0,0549 = 5,49 \times 10^n$

2) Utiliser la question précédente pour déterminer la notation scientifique des nombres suivants :

- a  $6794 \times 10^{-5}$     b  $0,00354 \times 10^5$   
 c  $3124,1 \times 10^5$     d  $0,0549 \times 10^{-3}$

**E.42** Donner la notation scientifique des nombres suivants :

- a 0,00176    b 31 970 000    c 0,000 002 127

**E.43** Donner la notation scientifique des nombres suivants :

- a 531    b 94,14    c 3 526    d 0,000 000 033 2

**E.44** Donner la notation scientifique des nombres suivants :

- a  $3 512 \times 10^5$     b  $0,00173 \times 10^{-6}$     c  $0,004 5 \times 10^{42}$

**E.45** Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

- a  $0,004 5 \times 10^6$     b  $251,37 \times 10^{-11}$     c  $0,031 \times 10^{-7}$

**E.46** Écrire les nombres suivants en écritures scientifiques :

- a  $312 \times 10^5$     b  $0,00219 \times 10^6$     c  $3 542 \times 10^{11}$

**E.47** Donner les écritures scientifiques des nombres suivants :

- a  $546,2 \times 10^{-57}$     b  $0,004 5 \times 10^{-34}$     c  $39,78 \times 10^{15}$