Chapitre 14 - Cosinus

C.1

1. Voici le tableau complété :

Triangle	1	2	3	4
Hypoténuse	5	8,5	6	4
Côté adjacent à l'angle de 25^o	4,5	7,6	5,4	3,6

2. Voici le tableau complété :

Triangle	1	2	3	4
$\dfrac{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle de } 25^o}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$	0,9	0,9	0,9	0,9

C.2

1. a. $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \dfrac{AC}{AB}$ b. $\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \dfrac{BC}{AB}$

2. a. $\cos\left(\widehat{CAH}\right) = \dfrac{AH}{AC}$ b. $\cos\left(\widehat{CBH}\right) = \dfrac{BH}{BC}$

C.3

1. L'angle mesurant 28^o est l'angle $\widehat{BAC}$ dont le côté adjacent est $[AB]$.
Ainsi, le cosinus d'un angle de 28^o a pour valeur :
$$\cos(28) = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{6{,}8}$$
$$\approx 0{,}8823 \approx 0{,}88$$

2.
- La somme des angles dans un triangle a pour valeur 180. On en déduit la mesure de l'angle $\widehat{DFE}$:
$$\widehat{EDF} + \widehat{DFE} + \widehat{FED} = 180$$
$$26 + \widehat{DFE} + 90 = 180$$
$$\widehat{DFE} + 116 = 180$$
$$\widehat{DFE} = 180 - 116$$
$$\widehat{DFE} = 64$$
- L'angle mesurant 64^o est l'angle $\widehat{DFE}$ dont le côté adjacent est $[FE]$.
Ainsi, le cosinus d'un angle de 64^o a pour valeur :
$$\cos(64) = \frac{FE}{FD} = \frac{3{,}9}{8{,}9}$$
$$\approx 0{,}4382 \approx 0{,}44$$

C.4

a. Dans le triangle ABC, on a le rapport trigonométrique suivant :
$$\cos\widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$$
Par application numérique, on a :
$$\cos(33^o) = \frac{AB}{6}$$
A l'aide du produit en croix, on a obtient :
$$AB = 6\times\cos(33)$$
$$AB \approx 5{,}0\,cm$$

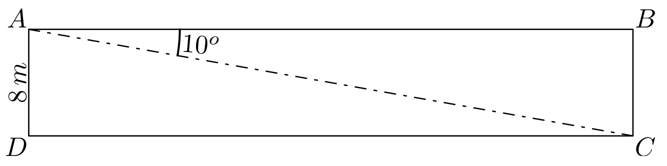
b. Dans le triangle GHI, on a le rapport trigonométrique suivant :
$$\cos\widehat{IGH} = \frac{GI}{GH}$$
Par application numérique, on a :
$$\cos(65^o) = \frac{GI}{3}$$
A l'aide du produit en croix, on a obtient :
$$GI = 3\times\cos(65)$$
$$GI \approx 1{,}3\,cm$$

C.5

a. Dans le triangle DEF, on a le rapport trigonométrique suivant :
$$\cos\widehat{DEF} = \frac{DE}{EF}$$
Par application numérique, on a :
$$\cos(48^o) = \frac{1{,}5}{EF}$$
A l'aide du produit en croix, on a obtient :
$$\cos(48)\times EF = 1{,}5$$
$$EF = \frac{1{,}5}{\cos(48)}$$
En utilisant la table de trigonométrique, on a :
$$EF \approx 2{,}2\,cm$$

b. Dans le triangle JKL, on a le rapport trigonométrique suivant :
$$\cos\widehat{KJL} = \frac{LJ}{KJ}$$
Par application numérique, on a :
$$\cos(40^o) = \frac{4{,}5}{KJ}$$
A l'aide du produit en croix, on a obtient :
$$\cos(40)\times KJ = 4{,}5$$
$$KJ = \frac{4{,}5}{\cos(40)}$$
$$KJ \approx 5{,}9\,cm$$

C.6 Modélisons cette situation par la configuration suivante :



Le câble est représenté par le segment $[AC]$.

Voici les différentes étapes du raisonnement permettant de déterminer la longueur du câble :

- L'angle $\widehat{DAB}$ étant droit, par complémentarité des angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{CAB}$, on a :
$$\widehat{DAC} + \widehat{CAB} = 90$$
$$\widehat{DAC} + 10 = 90$$
$$\widehat{DAC} = 90 - 10$$
$$\widehat{DAC} = 80$$
- Dans le triangle rectangle DAC et relativement à l'angle

$\widehat{DAC}$, on a :

$$\cos\left(\widehat{DAC}\right) = \frac{AD}{AC}$$
$$\cos(80) = \frac{8}{AC}$$

D'après le produit en croix :

$$\cos(80)\times AC = 8$$
$$AC = \frac{8}{\cos(80)}$$
$$AC \approx 46{,}07\,m$$
$$AC \approx 46\,m$$

C.7

a Dans le triangle DEF rectangle en D, on a le rapport trigonométrique suivant :

$$\cos\widehat{DEF} = \frac{ED}{EF}$$

Par application numérique, on a :

$$\cos\widehat{DEF} = \frac{2{,}5}{3{,}5}$$

Les rapports trigonométriques réciproques permettent d'obtenir la mesure de l'angle

$$\widehat{DEF} = \cos^{-1}\left(\frac{2{,}5}{3{,}5}\right)$$
$$\widehat{DEF} \approx 44{,}4^o$$

b Dans le triangle JKL rectangle en L, on a le rapport trigonométrique suivant :

$$\cos\widehat{KJL} = \frac{JL}{KJ}$$

Par application numérique, on a :

$$\cos\widehat{KJL} = \frac{3}{5{,}7}$$

Les rapports trigonométriques réciproques permettent d'obtenir la mesure de l'angle

$$\widehat{KJL} = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5{,}7}\right)$$
$$\widehat{KJL} \approx 58{,}2^o$$

C.8

1 Dans le triangle ABC rectangle en C, le cosinus de l'angle $\widehat{BAC}$ s'exprime par :

$$\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{AB}{AC}$$
$$\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{4{,}5}{5}$$
$$\cos\left(\widehat{BAC}\right) = 0{,}9$$

Par utilisation du rapport trigonométrique réciproque :

$$\widehat{BAC} = \cos^{-1}(0{,}9)$$
$$\widehat{BAC} = \cos^{-1}(0{,}9)$$
$$\widehat{BAC} = 25{,}84$$
$$\widehat{BAC} = 25{,}8^o$$

2 Le point B appartient au segment $[AD]$, on en déduit :

$$AD = AB + BD$$
$$= 4{,}5 + 2 = 6{,}5\,cm$$

3 Dans le triangle ADE rectangle ne E, le cosinus de l'angle $\widehat{EAD}$ s'exprime par :

$$\cos\left(\widehat{EAD}\right) = \frac{AE}{AD}$$
$$\cos(25{,}8) = \frac{AE}{AD}$$
$$\cos(25{,}8) = \frac{AE}{6{,}5}$$

D'après le produit en croix :

$$AE = \cos(25{,}8)\times 6{,}5$$
$$AE \approx 5{,}852\,cm$$
$$AE \approx 5{,}9\,cm$$

4 Le point C appartenant au segment $[AE]$, on en déduit :

$$AC + CE = AE$$
$$5 + CE = 5{,}9$$
$$CE = 5{,}9 - 5$$
$$CE = 0{,}9\,cm$$

C.9

1 Dans le triangle ABC rectangle en C, on a le rapport trigonométrique suivant :

$$\cos\widehat{CAB} = \frac{AC}{AB}$$

Par application numérique, on a :

$$\cos\widehat{CAB} = \frac{4}{7}$$
$$\widehat{CAB} = \cos^{-1}\left(\frac{4}{7}\right)$$
$$\widehat{CAB} \approx 55{,}2^o$$

2 a La somme des angles dans un triangle vaut 180^o. Dans le triangle ABC, on obtient la relation :

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o$$
$$55{,}2 + \widehat{B} + 90 = 180^o$$
$$\widehat{B} + 145{,}2 = 180^o$$
$$\widehat{B} = 180 - 145{,}2$$
$$\widehat{B} = 34{,}8^o$$

b Dans le triangle ABC rectangle en C, on a le rapport trigonométrique :

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$$

Par application numérique, on a :

$$\cos(34{,}8^o) = \frac{BC}{7}$$

D'après le produit en croix, on a :

$$BC = 7\times\cos(34{,}8^o)$$
$$BC \approx 5{,}7\,cm$$

C.10

- Le triangle HSC est un triangle rectangle en C, on a le rapport trigonométrique suivant :

$$\cos\widehat{SHC} = \frac{HC}{HS}$$
$$\cos 15^o = \frac{550}{HS}$$
$$HS\times\cos 15^o = 550$$
$$HS = \frac{550}{\cos 15^o}$$
$$HS \approx 569{,}40\,m$$

- Dans le triangle HSC rectangle en C, la somme de la mesure de ses trois angles a pour valeur 180^o :
$$\begin{aligned}\widehat{SHC}+\widehat{HCS}+\widehat{CSH}&=180^o\\ 15+90+\widehat{CSH}&=180\\ 105+\widehat{CSH}&=180\\ \widehat{CSH}&=180-105\\ \widehat{CSH}&=75^o\end{aligned}$$
- Dans le triangle HSC rectangle en C, on a le rapport trigonométrique :
$$\cos\widehat{HSC}=\frac{SC}{SH}$$
$$\cos(75^o)=\frac{SC}{569{,}40}$$
D'après le produit en croix, on a :
$$SC=569{,}40\times\cos(75^o)$$
$$SC\approx 147\,m$$