Chapitre 10 - Trigonométrie - Séances 3 et 4

Correction 1

- Dans le triangle ABC rectangle en A, on a la relation trigonométrique suivante :
$$\cos\widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$$
$$\cos(52) = \frac{4}{AC}$$
D'après le produit en croix, on a :
$$AC\times\cos(52) = 4$$
$$AC = \frac{4}{\cos(52)}$$
$$AC \approx 6{,}5\,cm$$
- Dans le triangle DEF rectangle en F, on a la relation trigonométrique suivante :
$$\cos\widehat{EDF} = \frac{DF}{DE}$$
$$\cos(37) = \frac{DF}{5}$$
D'après le produit en croix, on a :
$$DF = 5\times\cos(37)$$
$$DF \approx 3{,}993\,cm$$
$$DF \approx 4{,}0\,cm$$

Correction 2

- Le triangle ABC est rectangle en A.
On a la relation trigonométrique :
$$\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$$
Par application numérique :
$$\sin 62^o = \frac{AC}{5}$$
On en déduit :
$$AC = \sin 62^o\times 5 \approx 4{,}4\,cm$$
- Le triangle DEF est rectangle en E.
On a la relation trigonométrique :
$$\cos\widehat{F} = \frac{EF}{DF}$$
Par application numérique :
$$\cos 30^o = \frac{EF}{5}$$
A l'aide d'un produit en croix, on a :
$$EF = \cos 30^o\times 5 \approx 4{,}3\,cm$$
- Le triangle IGH est rectangle en H. On a la relation :
$$\tan\widehat{I} = \frac{GH}{IH}$$
$$\tan 50^o = \frac{3}{IH}$$
Le produit en croix donne :
$$IH\times\tan 50^o = 3$$
On obtient la formule :
$$IH = \frac{3}{\tan 50^o} \approx 2{,}5\,cm$$

Correction 3

- Le triangle XYZ est rectangle en Z ; on la relation trigonométrique suivante :
$$\cos\widehat{XYZ} = \frac{YZ}{XY}$$
$$\cos 40 = \frac{3}{x}$$
D'après le produit en croix suivant :
$$x\times\cos 40 = 3$$
$$x = \frac{3}{\cos 40} \approx 3{,}9\,cm$$
- Le triangle PQR est rectangle en P ; on la relation trigonométrique suivante :
$$\sin\widehat{RQP} = \frac{PR}{QR}$$
$$\sin 28 = \frac{3}{x}$$
D'après le produit en croix suivant :
$$x\times\sin 28 = 3$$
$$x = \frac{3}{\sin 28} \approx 6{,}4\,cm$$
- Le triangle ABC est rectangle en C ; on la relation trigonométrique suivante :
$$\tan\widehat{CAB} = \frac{BC}{AC}$$
$$\tan 30 = \frac{3}{x}$$
D'après le produit en croix suivant :
$$x\times\tan 30 = 3$$
$$x = \frac{3}{\tan 30} \approx 5{,}2\,cm$$

Correction 4

1. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a le rapport trigonométrique suivant :
$$\cos\widehat{CAB} = \frac{AC}{AB}$$
Par application numérique, on a :
$$\cos\widehat{CAB} = \frac{4}{7}$$
$$\widehat{CAB} = \cos^{-1}\left(\frac{4}{7}\right)$$
$$\widehat{CAB} \approx 55{,}2^o$$

2. a. La somme des angles dans un triangle vaut 180^o. Dans le triangle ABC, on obtient la relation :
$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C} = 180^o$$
$$55{,}2+\widehat{B}+90 = 180^o$$
$$\widehat{B}+145{,}2 = 180^o$$
$$\widehat{B} = 180-145{,}2$$
$$\widehat{B} = 34{,}8^o$$
b. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a le rapport trigonométrique :

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$$

Par application numérique, on a :

$$\cos(34{,}8^o) = \frac{BC}{7}$$

D'après le produit en croix, on a :

$$BC = 7\times\cos(34{,}8^o)$$
$$BC \approx 5{,}7\,cm$$

Correction 5

1. Le triangle HSC est un triangle rectangle en C, on a la relation trigonométrique suivante :

$$\cos\widehat{SHC} = \frac{HC}{HS}$$
$$\cos 15^o = \frac{550}{HS}$$
$$HS\times\cos 15^o = 550$$
$$HS = \frac{550}{\cos 15^o}$$
$$HS \approx 569{,}40\,m$$

2. a. Dans le triangle HSC rectangle en C, la somme de la mesure de ses trois angles a pour valeur 180^o :

$$\widehat{SHC} + \widehat{HCS} + \widehat{CSH} = 180^o$$
$$15 + 90 + \widehat{CSH} = 180$$
$$105 + \widehat{CSH} = 180$$
$$\widehat{CSH} = 180 - 105$$
$$\widehat{CSH} = 75^o$$

b. Dans le triangle HSC rectangle en C, on a la relation trigonométrique :

$$\cos\widehat{HSC} = \frac{SC}{SH}$$
$$\cos(75^o) = \frac{SC}{569{,}40}$$

D'après le produit en croix, on a :

$$SC = 569{,}40\times\cos(75^o)$$
$$SC \approx 147\,m$$

Correction 6

1. a. Dans le triangle BAO rectangle en B, on a la relation trigonométrique suivante :

$$\cos\widehat{BAO} = \frac{AB}{AO}$$
$$\cos\widehat{BAO} = \frac{2{,}5}{3{,}5}$$
$$\widehat{BAO} = \cos^{-1}\left(\frac{2{,}5}{3{,}5}\right)$$
$$\widehat{BAO} \approx 44{,}1^o$$

b.
- Dans le triangle BOA, la somme de la mesure de ses trois angles a pour valeur 180^o :

$$\widehat{BOA} + \widehat{OAB} + \widehat{ABO} = 180^o$$
$$\widehat{BOA} + 44{,}1 + 90 = 180$$
$$\widehat{BOA} + 134{,}1 = 180$$
$$\widehat{BOA} = 180 - 134{,}1$$
$$\widehat{BOA} = 45{,}9^o$$

- Les deux angles $\widehat{COD}$ et $\widehat{BOA}$ sont opposés par le sommet, on en déduit qu'ils ont la même mesure :

$$\widehat{COD} = \widehat{BOA} = 45{,}9^o$$

2.
- Dans le triangle OCD rectangle en C, on a la relation trigonométrique suivante :

$$\cos\widehat{COD} = \frac{OC}{OD}$$
$$\cos(45{,}9) = \frac{4}{OD}$$

D'après le produit en croix, on a :

$$\cos(45{,}9)\times OD = 4$$
$$OD = \frac{4}{\cos(45{,}9)}$$
$$OD \approx 5{,}7\,cm$$

- Dans le triangle COD, la somme de la mesure de ses trois angles a pour valeur 180^o :

$$\widehat{COD} + \widehat{ODC} + \widehat{DCO} = 180^o$$
$$45{,}9 + \widehat{ODC} + 90 = 180$$
$$135{,}9 + \widehat{ODC} = 180$$
$$\widehat{ODC} = 180 - 135{,}9$$
$$\widehat{ODC} = 44{,}1^o$$

- Dans le triangle OCD rectangle en C, on a la relation trigonométrique suivante :

$$\cos\widehat{CDO} = \frac{DC}{DO}$$
$$\cos(44{,}1) = \frac{DC}{5{,}7}$$

D'après le produit en croix, on a :

$$DC = 5{,}7\times\cos(44{,}1)$$
$$DC \approx 4{,}1\,cm$$

- Ainsi, le triangle ODC a pour périmètre :

$$\mathcal{P} = OC + CD + DO = 4 + 4{,}1 + 5{,}7 = 13{,}8\,cm$$

Correction 7

1. D'après l'énoncé, on peut dire que :
$BC = 6\,m \quad ; \quad AB = 1{,}1\,m$

2.
- Le triangle ABC rectangle en C.
Si un triangle est rectangle alors il vérifie l'égalité de Pythagore.
On a l'égalité :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 1{,}1^2 + 6^2$$
$$AC^2 = 1{,}21 + 36$$
$$AC^2 = 37{,}21$$
$$AC = \sqrt{37{,}21}$$
$$AC = 6{,}1$$

- Dans le triangle ABC rectangle en C, on la relation trigonométrique :

$$\cos\widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$$
$$\cos\widehat{BAC} = \frac{1{,}1}{6{,}1}$$

D'après les relations trigonométriques inverses :

$$\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\frac{1{,}1}{6{,}1}\right)$$
$$\widehat{BAC} \approx 79{,}611^o$$
$$\widehat{BAC} \approx 79{,}6^o$$

- Les angles $\widehat{BAC}$ et α sont complémentaires. Ainsi, on a :

$$\widehat{BAC} + \alpha = 90$$
$$79{,}6 + \alpha \approx 90$$
$$\alpha \approx 90 - 79{,}6$$
$$\alpha \approx 10{,}4^o$$

Correction 8

1. Les points M, U, I et les points M, O, A sont alignés et dans le même ordre ; de plus, on a les quotients suivant :
$$\frac{MU}{MI} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9} \quad ; \quad \frac{MO}{MA} = \frac{21}{27} = \frac{7}{9}$$
On en déduit que : $\dfrac{MU}{MI} = \dfrac{MO}{MA}$
D'après la réciproque du théorème de Thalès, on en déduit que les droites (UO) et (AI) sont parallèles.

2. Les points U, M, O et les points A, M, I sont alignés.
Les droites (AI) et (OU) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a l'égalité suivante :
$$\frac{MA}{MO} = \frac{MI}{MU} = \frac{AI}{UO}$$
Utilisons l'égalité :
$$\frac{MA}{MO} = \frac{AI}{UO}$$
Par application numérique, on a :
$$\frac{27}{21} = \frac{45}{OU}$$
Le produit en croix nous donne :
$$27 \times OU = 45 \times 21$$
$$OU = \frac{45 \times 21}{27}$$
$$OU = 35\,mm$$

3. On a :
   - $MA^2 + MI^2 = 27^2 + 36^2 = 729 + 1296 = 2025$
   - $AI^2 = 45^2 = 2025$

   On en déduit l'égalité suivante :
$$MA^2 + MI^2 = AI^2$$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MAI est rectangle en M.

4. Dans le triangle MAI rectangle en M, on a la relation trigonométrique :
$$\sin(\widehat{AIM}) = \frac{MA}{AI}$$
L'application numérique donne :
$$\sin(\widehat{AIM}) = \frac{27}{45}$$
Donc :
$$\widehat{AIM} = \sin^{-1}\left(\frac{27}{45}\right)$$
$$\widehat{AIM} \approx 37^o$$

5. Les angles $\widehat{MAI}$ et $\widehat{MOU}$ sont des angles alternes-internes.
Comme les droites (OU) et (AI) sont parallèles, ces deux angles sont égaux.

Correction 9

La correction n'existe pas pour l'exercice 5924

