Chapitre 11 - Fonctions Affines

Correction 1

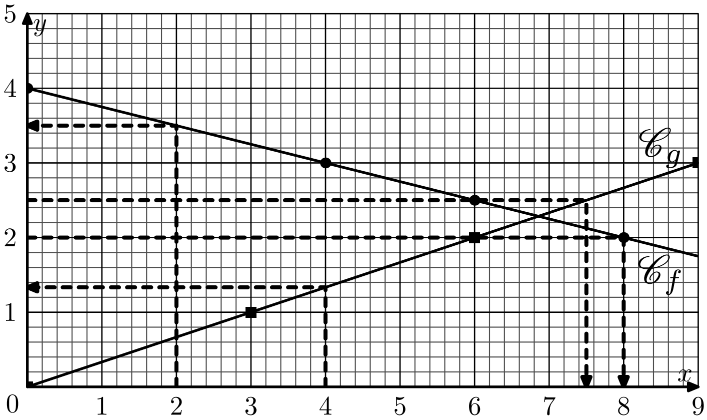
1. a. La fonction f est une fonction affine ; la fonction g est une fonction linéaire.

   b. On a les deux tableaux suivants :

x	0	4	6	8
$f(x)$	4	3	2,5	2

x	0	3	6	9
$g(x)$	0	1	2	3

2. On a les deux représentations graphiques :



3. a. On a l'image de 2 par la fonction f : $f(2)=3,5$

   b. On a l'image de 4 par la fonction g : $g(4) \approx 1,3$

   c. 2 admet un unique antécédent 8 par la fonction f.

   d. 2,5 admet un unique antécédent 7,5 par la fonction g.

Correction 2

1. L'image de x par la fonction f a pour expression algébrique :
   $f(x) = 2x + 1$

2. Ainsi, l'image de 3 par la fonction f a pour valeur :
   $f(3) = 2\times3 + 1 = 6 + 1 = 7$

3. L'antécédent du nombre 5 par la fonction f vérifie la relation :
   $$f(x) = 5$$
   $$2x + 1 = 5$$
   $$2x = 5 - 1$$
   $$2x = 4$$
   $$x = \frac{4}{2}$$
   $$x = 2$$
   Ainsi, l'antécédent du nombre 5 par la fonction f a pour valeur 2.

Correction 3

1. Voici les transformations successives du nombre 4 par ce programme de calcul :

   $4 \rightsquigarrow 4{+}1{=}5 \rightsquigarrow 5^2{=}25 \rightsquigarrow 25{-}4^2{=}9$

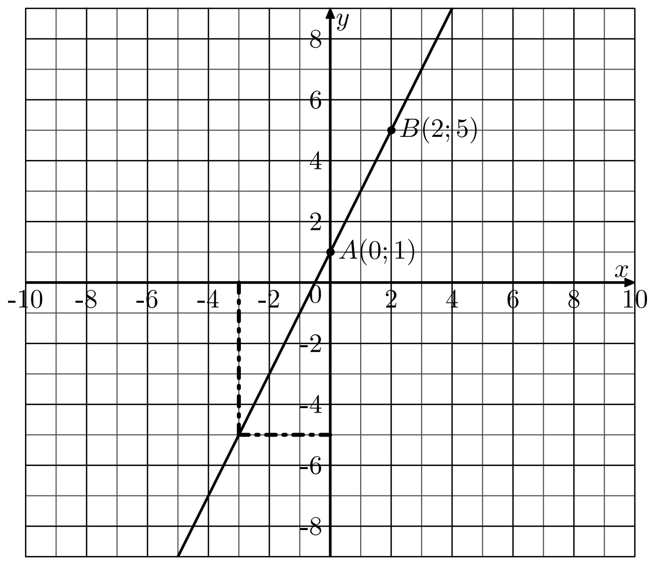
2. a. En donnant x comme nombre de départ, le résultat du programme est :
   $(x+1)^2 - x^2$

   b. On a les transformations algébriques :
   - Avec la double distributivité :
     $$(x+1)^2 - x^2 = (x+1)(x+1) - x^2$$
     $$= x^2 + x + x + 1 - x^2 = 2x + 1$$
   - Avec les identités remarquables :
     $$(x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$$

3. a. L'image de 0 par la fonction f est :
   $f(0) = 2\times0 + 1 = 0 + 1 = 1$

   b. Un antécédent du nombre 5 par la fonction f est un nombre x dont l'image vaut 5 :
   $$f(x) = 5$$
   $$2x + 1 = 5$$
   $$2x = 5 - 1$$
   $$2x = 4$$
   $$x = \frac{4}{2}$$
   $$x = 2$$
   Le nombre 2 est l'unique antécédent du nombre 5 par la fonction f.

   c. La représentation graphique d'une fonction affine est une droite. Pour la tracer, utilisons les deux questions précédentes : la droite représentative de la fonction f passe par les deux points :
   $A(0\,;1)$; $B(2\,;5)$



   d. Graphiquement, on lit que l'image du nombre -3 par la fonction f est -5.

Correction 4

1. L'image du nombre -3 par la fonction f a pour valeur 22

2. Si on pouvait étendre la formule de `B2` jusqu'en `L2`, on obtiendrait la valeur :
   $-5\times7 + 7 = -35 + 7 = -28$

3. L'expression de la fonction $f(x)$:
   $f(x) = -5x + 7$

4. La formule saisie dans la cellule `B3` est :
   `=B1× B1+4`

Correction 5

1. Tarif 1 :

Durée en min : x	0	300	600	1200
Prix à payé en € : y_1	0	90	180	360

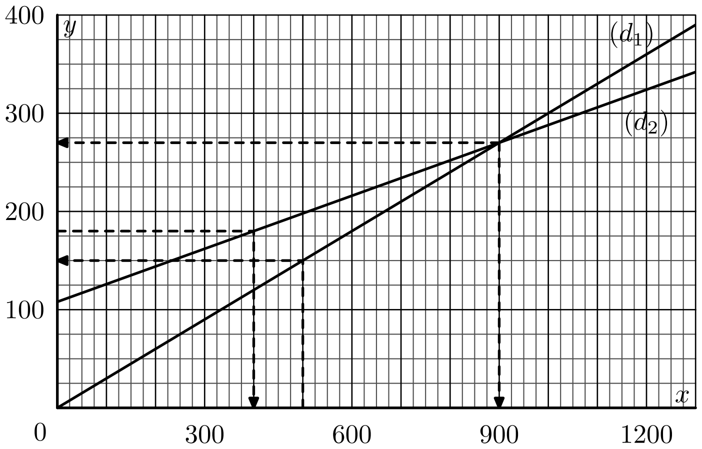
Tarif 2 :

Durée en min : x	0	300	900	1200
Prix à payé en € : y_2	108	162	270	324

2. Le tarif 1 s'exprime : $y_1 = 0{,}30 \times x$

Le tarif 2 s'exprime : $y_2 = 0{,}18 \times x + 108$

3. Voici la représentation de ces deux fonctions affines :



4. a. Graphiquement, on observe que le prix à payer pour le premier tarif pour une consommation de 500 minutes est de 150 €.

b. Graphiquement, on observe que pour le second tarif, un montant de 180 €.

c. Les deux droites représentatives des deux tarifs ont un point d'intersection dont les coordonnées sont $(900\,;270)$

d. On remarque que pour une abscisse supérieure à 900, la droite (d_1) est au dessus de la droite (d_2) ; on en déduit qu'il est préférable de choisir le second tarif .

Correction 6

1. a. D'après la représentation graphique donnée, le coût d'un déménagement de $20\,m^3$ coûte 600 €.

b. La représentation graphique du coût en fonction du volume du déménagement est une droite passant par l'origine ; cette droite est la représentation d'une fonction affine : elle traduit une situation de proportionnalité entre ces deux grandeurs.

Ainsi, la fonction g admet l'expression suivante :
$g(x) = a \times x$

D'après la question précédente, l'image de 20 est 600 :

$$g(20) = 600$$
$$a \times 20 = 600$$
$$a = \frac{600}{20}$$
$$a = 30$$

2. a. On a :

$$f(80) = 10 \times 80 + 800 = 800 + 800 = 1600$$

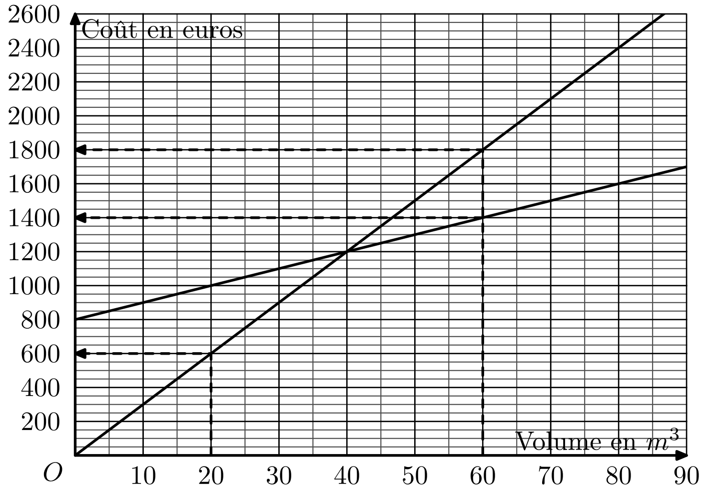
Ainsi, pour l'entreprise B, un déménagement d'un volume de $80\,m^3$ a un coût de 1 600 €.

b. Déterminons la valeur de x vérifiant :

$$f(x) = 3500$$
$$10x + 800 = 3500$$
$$10x = 3500 - 800$$
$$10x = 2700$$
$$x = 270$$

L'antécédent de 3 500 par la fonction f est 270.

c. Voici la reprsèntation de la fonction f :



3. Graphiquement, on observe que pour un volume de $60\,m^3$, l'entreprise B propose le meilleur tarif pour le déménagement pour une valeur de $1\,400\,m^3$.

Correction 7

1. Yann étant adhérent au club, il payerala journée de ski avec une réduction de 30 %, hors une réduction relie l'ancien prix x avec le nouveau prix y en fonction de du pourcentage de réduction a de la manière suivante :

$$y = x \times \Big(1 - \frac{a}{100}\Big)$$
$$y = 20 \times \Big(1 - \frac{30}{100}\Big)$$
$$y = 20 \times 0{,}7$$
$$y = 14$$

2.

Nombre de jours de ski pour la saison 2004-2005	5	8	11
Coût avec le tarif A *(en euros)*	100	160	220
Coût avec le tarif B *(en euros)*	130	172	214

3. Soit x le nombre de journée de ski pratiqué durant la saison 2004-2005 :

a. $C_A = 20 \times x$.

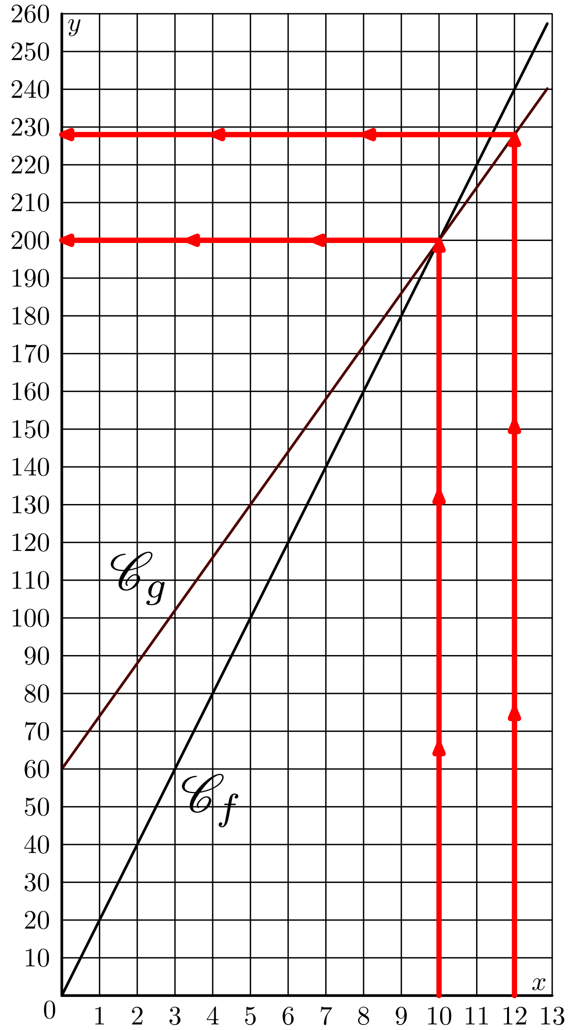
b. $C_B = 14 \times x + 60$.

4. Yann ayant adhéré au club, sa dépense s'exprimera à l'aide de C_B ainsi, notons x le nombre de journée de ski pratiqué par Yann :

$$14 \times x + 60 = 242$$
$$14 \times x = 242 - 60$$
$$14 \times x = 182$$
$$x = \frac{182}{14}$$
$$x = 13$$

Yann a donc skié 13 jours durant l'année 2004-2005.

5.



6. a. En skiant douze jours pendant la saison 2004-2005, le tarif le plus intéressant sera le tarif C_B avec abonnement. Elle payera à peu près 228 euros.

b. On remarque que les deux courbes se croisent pour $x = 10$. Donc, Chloé a prévu de faire 10 journées de ski lors de l'année scolaire 2004-2005.