Chapitre 13 - Périmètre et aire

Correction 1

1. Pour la figure $\mathscr{A}$, le périmètre a pour mesure :
$\mathcal{P} = 2+4+7+4+2+10+7+10 = 46$

2. Pour la figure $\mathscr{B}$, le périmètre a pour mesure :
$\mathcal{P} = 14+6+4+4+10+10 = 48$

3. Pour la figure $\mathscr{C}$, le périmètre a pour mesure :
$\mathcal{P} = 2+2+12+5+4+5+5+2+5+6 = 48'$

Correction 2

1. a. Le quadrilatère $ABCD$ a ses quatre côtés de même mesure : c'est un losange.

   b. Ses quatre côtés étant de même longueur, on en déduit le périmètre de ce losange :
   $\mathcal{P} = 4\times2{,}5 = 10\,cm$

2. a. Le quadrilatère $EFGH$ est un carré.

   b. Ses quatre côtés étant de même longueur, on en déduit le périmètre de ce carré :
   $\mathcal{P} = 4\times3 = 12\,cm$

Correction 3

1. Connaissant le rayon de la terre, nous allons utiliser la formule donnant le périmètre du cercle en fonction de son rayon : $\mathcal{P} = 2\times\pi\times r$

   a. En prenant 3,14 pour valeur de π :
   $\mathcal{P} \approx 2\times3{,}14\times6370 = 40003{,}6\,km$

   b. En prenant 3,1416 pour valeur de π :
   $\mathcal{P} \approx 2\times3{,}1416\times6370 = 40023{,}984$

2. En prenant, l'une ou l'autre des valeurs de π proposées, on obtient un différence de périmètre de :
$40023{,}984 - 40003{,}6 \approx 20\,km$

Correction 4

> *Remarque préliminaire :*
> *Attention que cette figure est composée d'un carré et de trois demi-cercles.*
>
> *Mais son périmètre n'est composé que de deux segments et de trois demi-cercles*

Le périmètre de cette figure est composée de :

- Deux segments $[AD]$ et $[BC]$ de même longueur : $2{,}4\,cm$
- De trois demi-cercles dont on connait pour chacun la longueur de leur diamètre. On va donc utiliser la formule donnant le périmètre d'un cercle en fonction du diamètre :
$\mathcal{P}_{\mathscr{C}} = 2\times\pi\times r = \pi\times d$
  - Les deux demi-cercles, de diamètres respectif $[OD]$ et $[OC]$, forment ensemble un cercle de diamètre $1{,}2\,cm$ dont le périmètre vaut :
  $\mathcal{P} = \pi\times d \approx 3{,}14 = 3{,}768\,cm$
  - D'un demi-cercle de diamètre $[AB]$.
  Un cercle de diamètre $2{,}4\,cm$ aurait un périmètre de :
  $\mathcal{P}' = \pi\times d \approx 3{,}14\times2{,}4 = 7{,}536\,cm$
  Autrement dit, le demi-cercle de rayon $[AB]$ a pour périmètre :
  $\mathcal{P}'' = 7{,}536\div2 \approx 3{,}768\,cm$

Au total, la figure a un périmètre de :
$\mathcal{P}_{\text{Total}} \approx (2{,}4\times2)+3{,}768+3{,}768 = 12{,}336 \approx 12{,}3\ cm$

Correction 5

La piste parcourue par le coureur est composée de quatre éléments simples :

- **de deux segments** mesurent ensemblent :
$\mathcal{P}_S = 200+200 = 400\,m$
- **de deux demi-cercles** de même rayon ; ensemble, ils forment un cercle entier de diamètre $70\,m$. Sa circonférence est donnée par la formule :
$\mathcal{P}_C = 2\times\pi\times r = 2\times\pi\times35 = 70\times\pi$
$\approx 70\times3{,}142 = 219{,}8\,m$

Ainsi, le périmètre total $\mathcal{P}_T$ de la figure a pour mesure :
$\mathcal{P}_T = \mathcal{P}_S + \mathcal{P}_C = 400+219{,}94 = 619{,}94\,m$

Le coureur faisant trois fois le tour de la piste, il a parcouru :
$\mathcal{D} = 619{,}94\times3 = 1859{,}82\,m$

Correction 6

La figure ayant la plus grande aire est la figure de gauche : le carré.

Correction 7

1. Voici la compairaison des périmètres :
   - $\mathscr{P}_{F1} < \mathscr{P}_{F3}$
   - $\mathscr{P}_{F2} = \mathscr{P}_{F3}$

2. Voici la comparaison des aires :
   - $\mathscr{A}_{F1} = \mathscr{A}_{F3}$
   - $\mathscr{A}_{F2} > \mathscr{A}_{F1}$

Correction 8

1. a. Aucune de ses figures n'ont le même périmètre.

   b. La figure ayant le plus grand périmètre est la figure F_6.

2. a.
   - Les figures F_1 et F_5 ont la même aire.
   - Les figures F_4 et F_6 ont la même aire.

   b. La figure possédant la plus grande aire est la figure F_2.

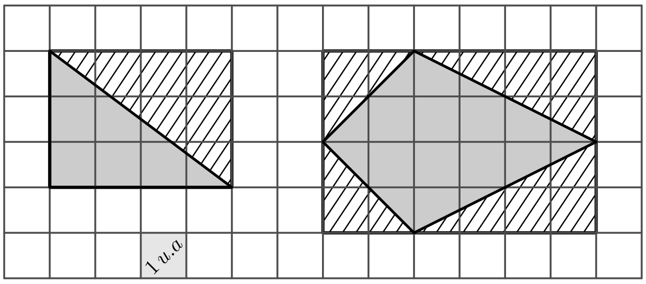
Correction 9

1.
   - La surface S_1 est composée de 23 petits carreaux :
   $\mathcal{A}_{S_1} = 23\,u.a.$
   - La surface S_2 est composée de 18 petits carreaux :
   $\mathcal{A}_{S_2} = 18\,u.a.$

2. On compare les deux surfaces : $\mathcal{A}_{S_1} > \mathcal{A}_{S_2}$

Correction 10

Pour répondre à ces deux questions, on va se servir des deux rectangles représentés ci-dessous :



1. En complétant le triangle rectangle en un rectangle, on remarque que l'aire du triangle est la moitié de celle du rectangle.

   Ainsi l'aire du triangle rectangle a pour mesure : $\dfrac{4\times3}{2} = 6\,u.a.$

2. De même, le quadrilatère a été complété en un rectangle de sorte que le rectangle a le double de l'aire de l'autre quadrilatère ; ainsi, on a : $\dfrac{6\times4}{2} = 12\,u.a.$

Correction 11

	Rectangle **1**	Rectangle **2**	Rectangle **3**
Longueur	$40\,m$	$100\,m$	$35\,m$
Largeur	$15\,m$	$50\,m$	$20\,m$
Périmètre	$110\,m$	$300\,m$	$110\,m$
Aire	$600\,m^2$	$5\,000\,m^2$	$700\,m^2$

Correction 12

	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2	
$22\,cm^2$						2 2	0 0	mm^2
$54{,}7\,m^2$		0,	0 0	5 4	7			hm^2
$57\,m^2$			0,	5 7				dam^2
$7541\,dam^2$	0,	7 5	4 1					km^2
$0{,}0451\,km^2$	0	0 4	5 1	0 0,				m^2

Ainsi, on a les conversions suivantes :

a. $22\,cm^2 = 2\,200\,mm^2$

b. $54{,}7\,m^2 = 0{,}005\,47\,hm^2$

c. $57\,m^2 = 0{,}57\,dam^2$

d. $7\,541\,dam^2 = 0{,}754\,1\,km^2$

e. $0{,}045\,1\,km^2 45\,100\,m^2$

Correction 13

a. $15\ m^2 = 1500 dm^2$

b. $1{,}3001\ dam^2 = 1\,300\,100\ cm^2$

c. $13\ ha = 1300\ a$

d. $25{,}1\ a = 0{,}251\ ha$

e. $0{,}0057\ m^2 = 57\ cm^2$

f. $27{,}3\ hm^2 = 0{,}273\ km^2$

Correction 14

a. $450\,m^2 = 4{,}5\,dam^2$

b. $35{,}1\,cm^2 = 0{,}351\,dm^2$

c. $6{,}12\,dm^2 = 0{,}000\,612\,dam^2$

d. $6{,}5\,hm^2 = 65\,000\,m^2$

e. $0{,}003\,5\,km^2 = 3\,500\,m^2$

f. $354\,dm^2 = 0{,}0354\,dam^2$

Correction 15

- Pour le rectangle $ABCD$:

  - Son périmètre a pour mesure :

    $$\begin{aligned}\mathcal{P} &= 2\times(L+\ell)\\ &= 2\times(5+3)\\ &= 2\times8\\ &= 16\,cm\end{aligned}$$

  - Son aire a pour mesure :

    $$\begin{aligned}\mathcal{A} &= L\times\ell\\ &= 5\times3\\ &= 15\,cm^2\end{aligned}$$

- Pour le rectangle $EFGH$:

  - Son périmètre a pour mesure :

    $$\begin{aligned}\mathcal{P} &= 2\times(L+\ell)\\ &= 2\times(4+2)\\ &= 2\times6\\ &= 12\,cm\end{aligned}$$

  - Son aire a pour mesure :

    $$\begin{aligned}\mathcal{A} &= L\times\ell\\ &= 4\times2\\ &= 8\,cm^2\end{aligned}$$

Correction 16

- Le triangle ABC est un triangle ABC rectangle en B.
  Le triangle ABC a pour aire :
  $\mathcal{A}_{ABC} = \dfrac{AB\times BC}{2} = \dfrac{6\times3{,}2}{2} = \dfrac{19{,}2}{2} = 9{,}6\,m^2$
- Le triangle DEF est un triangle DEF rectangle en E.
  Le triangle DEF a pour aire :
  $\mathcal{A}_{DEF} = \dfrac{DE\times EF}{2} = \dfrac{8\times6}{2} = \dfrac{48}{2} = 24\,m^2$

Correction 17

1. Nous allons nous servir du fait que le quadrilatère $BCDE$ est un carré : chacun de ses côtés mesure $6\,cm$.
   On a alors :
   $\mathscr{P} = BC+CD+DA+AB = 4+4+7+5 = 20\,cm$
2. Pour calculer l'aire de la figure, nous décomposons celle-ci en deux parties :
   - Le carré $BCDE$ de côté $4\,cm$ a une aire de :
     $\mathscr{A}_{BCDE} = BC\times BC = 4\times4 = 16\,cm^2$
   - Le triangle ABE rectangle en E a une aire égale à :
     $\mathscr{A}_{ABE} = \dfrac{AE\times BE}{2} = \dfrac{3\times4}{2} = 6\,cm^2$

   L'aire de la figure $\mathscr{F}$ vaut : $\mathscr{A}_{\mathscr{F}} = 6+16 = 22\,cm^2$

Correction 18

1. a.
   - Le quadrilatère $ACDF$ est un rectangle.
     On en déduit : $AF = CD = 6\,cm$
     Le point H appartient au segment $[AF]$, on en déduit :
     $$\begin{aligned}AH+HF &= AF\\ 2+HF &= 6\\ HF &= 6-2\\ HF &= 4\,cm\end{aligned}$$
     Le triangle ABH rectangle en A a pour aire :
     $\mathcal{A}_{ABH} = \dfrac{AB\times AH}{2} = \dfrac{3\times4}{2} = \dfrac{12}{2} = 6\,cm^2$
   - Le rectangle $EFHG$ a pour aire :
     $\mathcal{A}_{EFHG} = 4\times2 = 8\,cm^2$
2. Le point B appartient au segment $[AC]$.
   On en déduit :
   $AC = AB+BC = 3+6 = 9\,cm$

   Le rectangle $ACDF$ a pour aire :

$\mathcal{A}_{ACDF} = 6\times9 = 54\,cm^2$

Par différence des surfaces, on obtient l'aire du polygone $BCDEGH$:

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{ACDF} - \mathcal{A}_{ABH} - \mathcal{A}_{EFHG}$$
$$= 54 - 6 - 8 = 42\,cm^2$$

Correction 19

1. *Calcul du périmètre :*
   Chacun des deux demi-cercles formant les extrémités de la table ont un rayon de $1\,m$. Leur circonférence mesure :
   $$\frac{2\times\pi\times r}{2} = \frac{2\times\pi\times1}{2} = \pi \approx 3{,}14\,m$$
   Les deux côtés du rectangle appartenant au périmètre mesure :
   $$5+5 = 10\,m$$
   Le périmètre total vaut :
   $$\mathcal{P}_{\text{Total}} \approx 3{,}14\times2+10 = 16{,}28\,m$$
   $$\approx 16{,}3\,m$$

2. *Calcul de l'aire :*
   Chacun des demi-cercles ont une aire de :
   $$\frac{\pi\times r\times r}{2} = \frac{\pi\times1\times1}{2} \approx 1{,}57\,m^2$$
   L'aire du rectangle $ABCD$ est de :
   $$5\times2 = 10\,m^2$$
   L'aire de la table est de :
   $$\mathcal{A}_{\text{Total}} \approx 1{,}57\times2+10 = 13{,}14\,m^2$$
   $$\approx 13\,m^2$$

