Chapitre 1 - Arithmétique

Correction 1

1. On a :
   - La liste des huit diviseurs de l'entier 30 :
     1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30
   - La liste des huit diviseurs de l'entier 24 :
     1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24
2. Voici la liste des divisieurs communs aux entiers 24 et 30 :
   1 ; 2 ; 3 ; 6

Correction 2

Le nombre caché est compris entre 100 et 400. De plus, il est divisible par 11 ; c'est donc un multiple de 11.

Voici tous les multiples de 11 compris entre 100 et 400 :

110 ; 121 ; 132 ; 143 ; 154 ; 165 ; 176 ; 187 ; 198 ; 209 ; 220

231 ; 242 ; 253 ; 264 ; 275 ; 286 ; 297 ; 308 ; 319 ; 330 ; 341

352 ; 363 ; 374 ; 385 ; 396

De plus, on nous dit qu'il admet comme diviseur le nombre 5 ; cela impose que son chiffre des unités soit 0 ou 5. De plus, c'est un nombre pair : son chiffre des unités ne peut être 5, c'est obligatoirement 0. Voici de la liste précédente, les nombres qui vérifient cette nouvelle contrainte :

110 ; 220 ; 330

De plus, le nombre caché admet 3 comme diviseur : la somme de ses chiffres doit être un multiple de 3. Le seul nombre de la liste vérifiant ce résultat est :
330.

Correction 3

Une video est accessible

1. La division euclidienne de a par b donne :
   $a = q{\cdot}b + r$
   où r est positif et inférieur à b.

   La division euclidienne de 375 par 14 est :
   $375 = 26{\times}14 + 11$
2. a. $370 = 1{\times}250 + 120$

   b. $315 = 19{\times}16 + 11$

   c. $1\,254 = 48{\times}26 + 6$

   d. $24\,576 = 183{\times}134 + 54$

   e. $65 = 0{\times}120 + 65$

Correction 4

Les nombres premiers sont :
47

Les nombres suivants ne sont pas des nombres premiers :

- $33 = 3{\times}11$
- $51 = 3{\times}17$
- $28 = 4{\times}12$
- $39 = 3{\times}13$
- $49 = 7^2$
- $85 = 5{\times}17$

Correction 5

Une video est accessible

La somme des chiffres du nombre 231 est :
$2+3+1 = 6$
Etant un nombre multiple de 3, on en déduit que le nombre 231 est un multiple de 3.

Plus précisémment, on a : $231 = 77{\times}3$

On vient d'établir que le nombre 231 n'est pas un nombre premier.

L'affirmation proposée est **fausse**.

Correction 6

Les nombres 23 et 37 sont deux nombres premiers.

La réponse correcte est a..

Correction 7

a. $14{\times}12 = (2{\times}7){\times}(4{\times}3) = (2{\times}7){\times}(2^2{\times}3) = 2^3{\times}3{\times}7$

b. $35{\times}24 = (5{\times}7){\times}(8{\times}3) = (5{\times}7){\times}(2^3{\times}3)$
$= 2^3{\times}3{\times}5{\times}7$

c. $16{\times}54 = 2^4{\times}(2{\times}27) = 2^4{\times}(2{\times}3^3) = 2^5{\times}3^3$

Correction 8

Une video est accessible

1. On a les décompositions suivantes :

   a. $108 = 2^2{\times}3^3$

   b. $432 = 2^4{\times}3^3$

   c. $588 = 2^2{\times}3{\times}7^2$
2. On en déduit les simplifications suivantes :

   a. $\dfrac{108}{432} = \dfrac{2^2{\times}3^3}{2^4{\times}3^3} = \dfrac{3^0}{2^2} = \dfrac{1}{4}$

   b. $\dfrac{588}{108} = \dfrac{2^2{\times}3{\times}7^2}{2^2{\times}3^3} = \dfrac{7^2}{3^2} = \dfrac{49}{9}$

   c. $\dfrac{432}{588} = \dfrac{2^4{\times}3^3}{2^2{\times}3{\times}7^2} = \dfrac{2^2{\times}3^2}{7^2} = \dfrac{4{\times}9}{49} = \dfrac{36}{49}$

Correction 9

Indication : on justifiera :
- que b est un diviseur de a en vérifiant que $\dfrac{a}{b}$ est un entier ;
- que b n'est pas un diviseur de a en vérifiant que $\dfrac{a}{b}$ n'est pas un entier ;

Les entiers ci-dessous sont des diviseurs de A :
$2 \;;\; 2^2 \;;\; 2{\times}5$

Par contre :

- 2^3 n'est pas un diviseur de A car :
  $\dfrac{2^2{\times}5}{2^3} = \dfrac{2{\times}2{\times}5}{2{\times}2{\times}2} = \dfrac{5}{2}$

- 2×5^2 n'est pas un diviseur de A car :
$\dfrac{2^2\times5}{2\times5^2}=\dfrac{2\times2\times5}{2\times5\times5}=\dfrac{2}{5}$

Correction 10

a. Les entiers 15 et 27 sont divisibles par 3. La fraction $\dfrac{15}{27}$ n'est pas donée sous sa forme irréductible.

b. On a les décompositions en produit de facteurs premiers :

- $14=2\times7$
- $27=3^3$

Les entiers 14 et 27 n'admettant aucun facteur premier commun dans leur décomposition, on en déduit que ces deux entiers sont premiers entre eux.
La fraction $\dfrac{14}{27}$ est donnée sous forme irréductible.

c. Les entiers 36 et 15 sont divisibles par 3, on en déduit que les entiers 36 et 15 ne sont pas premiers entre eux.
On en déduit que la fraction $\dfrac{36}{15}$ n'est pas donnée sous sa forme irréductible.

d. On a les décompositions en produit de facteurs premiers :

- $49=7^2$
- $64=8\times8=2^3\times2^3=2^6$

Les entiers 49 et 64 n'ayant pas de facteurs premiers commun dans leur décomposition, on en déduit que ces deux entiers sont premiers entre eux.
La fraction $\dfrac{49}{64}$ est donnée sous forme irréductible.

Correction 11

1. a. $140=14\times10=(2\times7)\times(2\times5)=2^2\times5\times7$

b. $870=87\times10=(3\times29)\times(2\times5)=2\times3\times5\times29$

2. Déterminons la forme irréductible du quotient :
$\dfrac{140}{870}=\dfrac{2^2\times5\times7}{2\times3\times5\times29}=\dfrac{2\times7}{3\times29}=\dfrac{14}{87}$

Correction 12

1. Déterminons les décompositions en produit de facteurs premiers :

- $126=2\times63$
$=2\times(3\times21)$
$=2\times3\times21$
$=2\times3\times(3\times7)$
$=2\times3^2\times7$
- $90=9\times10$
$=(3\times3)\times(2\times5)$
$=2\times3^3\times5$

2. Le plus grand entier divisant ces deux nombres est 2×3^2.
L'ensemble des diviseurs communs aux nombres 126 et 90 :
1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18

3. Il peut créer au maximum 18 groupes qui contiendront chacun :

- 7 garçons
- 5 filles.

Correction 13

1. On a les décompositions en produits de facteurs premiers :

- $162=2\times81$
$=2\times9^2$
$=2\times(3\times3)^2$
$=2\times3^4$
- $108=2\times54$
$=2\times(2\times27)$
$=2^2\times27$
$=2^2\times(3\times9)$
$=2^2\times3^3$

2. Les entiers 2×3^2 et 2×3^3 sont des diviseurs communs aux nombres 162 et 108.

3. a. L'entier 36 admet la décomposition en produit de facteurs premiers :
$36=2^2\times3^2$
Cet entier ne divise pas 162 : il ne peut pas réaliser 36 barquettes.

b. Le plus grand diviseur commun à ces deux entiers est :
$2\times3^3=54$
Il pourra préparer 54 barquettes.

c. Dans ce cas, chacune des barquettes contiendra 3 nems et 2 samossas.

