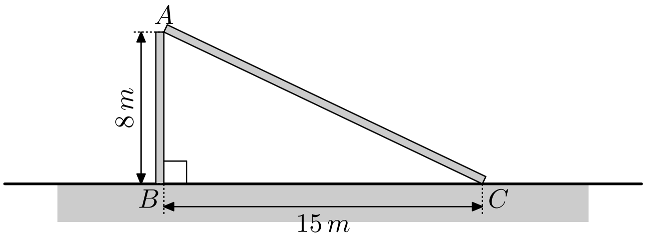
Rappels - Théorème de Pythagore

Correction 1

- Le triangle ABC est rectangle en A.
  Si un triangle est rectangle alors il vérifie l'égalité de Pythagore.
  On a la relation sur les carrés des longueurs :
  $BC^2 = AB^2 + AC^2$
  Par application numérique, on a :
  $$BC^2 = 40^2 + 30^2$$
  $$BC^2 = 1600 + 900$$
  $$BC^2 = 2500$$
  $$BC = \sqrt{2500} = 50\,km$$
- Le triangle DEF est rectangle en E.
  Si un triangle est rectangle alors il vérifie l'égalité de Pythagore.
  On a la relation :
  $DF^2 = ED^2 + EF^2$
  Par application numérique, on a :
  $$13^2 = 12^2 + EF^2$$
  $$169 = 144 + EF^2$$
  $$169 - 144 = EF^2$$
  $$EF^2 = 25$$
  $$EF = \sqrt{25} = 5\,cm$$
- Le triangle GHI n'étant pas rectangle, nous ne disposons pas d'informations suffisantes pour déterminer la mesure du côté $[GH]$.

Correction 2

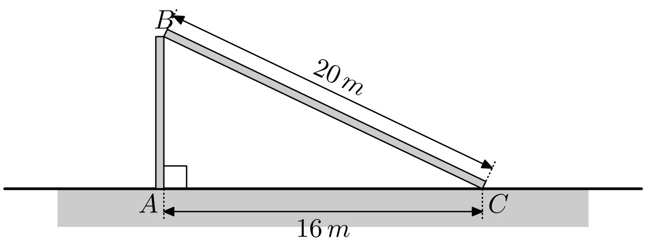
On considère les trois points ci-dessous indiquant les extrémités du poteau brisé :



Le triangle ABC est rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité :
$$AC^2 = BA^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 8^2 + 15^2$$
$$AC^2 = 64 + 225$$
$$AC^2 = 289$$
$$AC = 17\,m$$
Lorsqu'il était redressé, le poteau mesurait :
$8 + 17 = 25\,m$

Correction 3

Nommons les extrémités du poteau brisé :



Le triangle ABC est rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité :
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$20^2 = AB^2 + AC^2$$
$$400 = AB^2 + 256$$
$$AB^2 = 400 - 256$$
$$AB^2 = 144$$
$$AB = \sqrt{144}$$
$$AB = 12$$
Ainsi avant d'être brisé, le poteau avait pour longueur :
$AB + BC = 12 + 20 = 32\,m$

Correction 4

a. Le triangle ABC est rectangle en B.
Si un triangle est rectangle alors il vérifie l'égalité de Pythagore.
On a la relation :
$AC^2 = BA^2 + BC^2$
Par application numérique, on a :
$$15^2 = BA^2 + 4^2$$
$$225 = BA^2 + 16$$
$$225 - 16 = BA^2$$
$$BA^2 = 209$$
$$BA = \sqrt{209} \approx 14{,}5\,cm$$

b. Le triangle ABC est rectangle en C.
Si un triangle est rectangle alors il vérifie l'égalité de Pythagore.
On a la relation :
$AB^2 = CA^2 + CB^2$
Par application numérique, on a :
$$AB^2 = 1^2 + 1^2$$
$$AB = 2$$
$$AB = \sqrt{2} \approx 1{,}4\,cm$$

Correction 5

Commençons par déterminer la longueur du segment $[BE]$ avant de déterminer le périmètre du polygone $ABECD$:

- Le triangle BCE est un triangle rectangle en C.
  Si un triangle est rectangle alors il vérifie l'égalité de Pythagore.
  On a la relation :
  $CB^2 + CE^2 = BE^2$
  Par application numérique, on a :
  $$30^2 + 30^2 = BE^2$$
  $$BE^2 = 900 + 900$$
  $$BE^2 = 1800$$
  $$BE = \sqrt{1800} \approx 42\,m$$
  Ainsi, le périmètre de son champ est :
  $\mathcal{P} = AB + BE + ED + DA = 30 + 42 + 60 + 30 = 162\,m$
- Ce champ est composé d'un carré et d'un triangle rectangle :
  - Le carré a pour aire :
    $\mathcal{A}_{ABCD} = x^2 = 30^2 = 900\,m^2$
  - Dans le triangle BCE, les deux côtés de l'angle droite mesurent $30\,m$. Ce triangle a pour aire :

$$\mathcal{A}_{BCE} = \frac{30\times30}{2} = \frac{900}{2} = 450\,m^2$$

Ainsi, ce champ a pour aire : $\mathcal{A} = 900+450 = 1350\,m^2$

Correction 6

Il est nécessaire de développer plusieurs raisonnement pour répondre à cette question :

- Le solide $ABCDEFGH$ étant un pavé droit, on en déduit la présence notamment des deux angles droits suivant :
  $\widehat{HGF}$; $\widehat{HFB}$
- Le triangle FGH est rectangle en G.
  Si un triangle est rectangle alors il vérifie l'égalité de Pythagore.
  On a la relation :
  $HF^2 = GH^2 + GF^2$
  $HF^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2$
  $HF^2 = 23{,}04 + 12{,}96$
  $HF^2 = 36$
  $HF = \sqrt{36} = 6\,cm$
- Le triangle HBF est rectangle en F.
  Si un triangle est rectangle alors il vérifie l'égalité de Pythagore.
  On a la relation :
  $HB^2 = FH^2 + FB^2$
  $7{,}5^2 = 6^2 + FB^2$
  $56{,}25 = 36 + FB^2$
  $FB^2 = 56{,}25 - 36$
  $FB^2 = 20{,}25$
  $FB = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5\,cm$

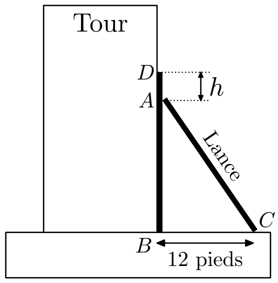
Correction 7

C'est en deux étapes qu'on répond à cette question :

- Le triangle FBG est rectangle en F.
  Le triangle FBG est rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore, on a la relation :
  $BG^2 = FB^2 + FG^2$
  $BG^2 = 8^2 + 9^2$
  $BG^2 = 64 + 81$
  $BG^2 = 145$
  $BG = \sqrt{145}$
- Le triangle GBH est un triangle rectangle en G.
  D'après le théorème de Pythagore, on a la relation :
  $BH^2 = GH^2 + GB^2$
  D'après la question précédente :
  $BH^2 = GH^2 + 145$
  Par la mesure portée sur la figure :
  $BH^2 = 12^2 + 145$
  $BH^2 = 144 + 145$
  $BH^2 = 289$
  $BH = \sqrt{289}$
  $BH = 17\,cm$

Correction 8

Utilisons les points A, B et C représentés dans la figure ci-dessous :



Le triangle ABC est un triangle rectangle en B.
Si un triangle est rectangle alors il vérifie la propriété de Pythagore.
On en déduit l'égalité des carrés des longueurs :
$AC^2 = BA^2 + BC^2$
$20^2 = BA^2 + 12^2$
$400 = BA^2 + 144$
$BA^2 = 400 - 144$
$BA^2 = 256$
$BA = \sqrt{256} = 16\,\text{pieds}$

Le point A étant un point du segment $[DB]$, on a l'égalité de longueurs :
$DB = DA + AB$
$20 = DA + 16$
$DA = 20 - 16$
$DA = 4\,\text{pieds}$

Donc, la lance est descendue d'environ 4 pieds, correspondant à envion $120\,cm$.

