Chapitre 8 - Sphère

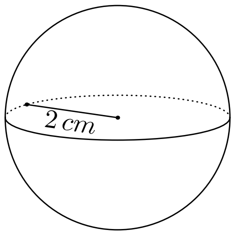
Exercice 1

Voici les dimensions de quatre solides :

- Une pyramide de $6\,cm$ de hauteur dont la base est un rectangle de $6\,cm$ de longueur et de $3\,cm$ de largeur.
- Un cylindre de $2\,cm$ de rayon et de $3\,cm$ de hauteur.
- Un cône de $3\,cm$ de rayon et de $3\,cm$ de hauteur.
- Une boule de $2\,cm$ de rayon.

1. (a.) Représenter approximativement les trois premiers solides comme l'exemple ci-contre :

   (b.) Placer les dimensions données sur les représentations



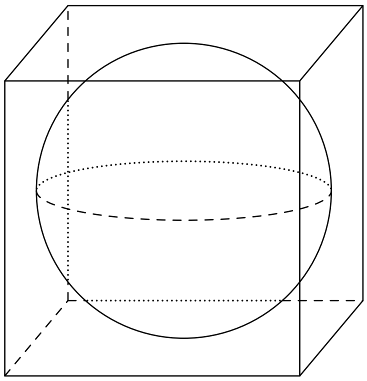
2. Classer ces quatre solides dans l'ordre croissant de leur volume.

Quelques formules :

- $\dfrac{4}{3}\times\pi\times\text{rayon}^3$
- $\pi\times\text{rayon}^2\times\text{hauteur}$
- $\dfrac{1}{3}\times\pi\times\text{rayon}^2\times\text{hauteur}$
- $\dfrac{1}{3}\times\text{aire de la base}\times\text{hauteur}$

Exercice 2

Dans une boîte cubique dont l'arête mesure $7\,cm$, on place une boule de $7\,cm$ de diamètre *(voir le schéma ci-contre)*.

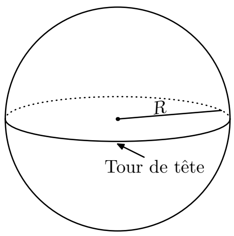


Le volume de la boule correspond à un certain pourcentage du volume de la boîte. On appelle ce pourcentage "*taux de remplissage de la boîte*".

Calculer ce taux de remplissage de la boîte. Arrondir ce pourcentage à l'entier le plus proche.

Exercice 3

Guillaume aimerait savoir combien de cheveux il a sur la tête. Pour cela, il représente sa tête par une sphère de rayon R.
Il mesure le tour de sa tête comme indiqué sur le schéma ci-dessous et obtient $56\,cm$.



Rappels :

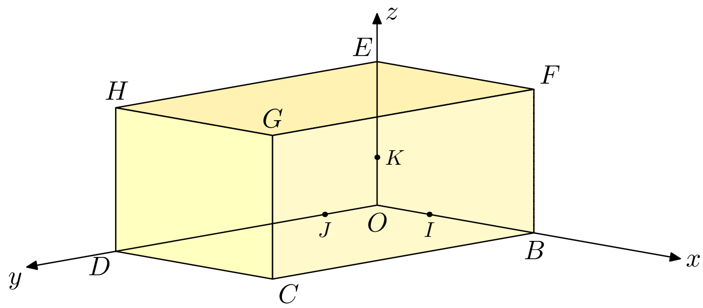
- Périmètre d'un cercle de rayon R : $\mathcal{P} = 2\pi R$
- Aire d'une sphère de rayon R : $\mathcal{A} = 4\pi R^2$.

1. Montrer que le rayon d'un cercle de périmètre $56\,cm$ est environ égal à $9\,cm$.
2. Guillaume considère que ses cheveux recouvrent la moitié de la surface de sa tête. Sur $1\,cm^2$ de son crâne, il a compté 250 cheveux.
   Estimer le nombre de cheveux de Guillaume.

Indication : pour cette question toute trace de recherche sera valortisée lors de la notation.

Exercice 4

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J\,;K)$ dont l'unité est le centimètre et le pavé droit $OBCDEFGH$ représenté ci-dessous :



A l'aide de ce pavé droit, on construit un repère d'unité $1\,cm$ d'origine le point O tel que :

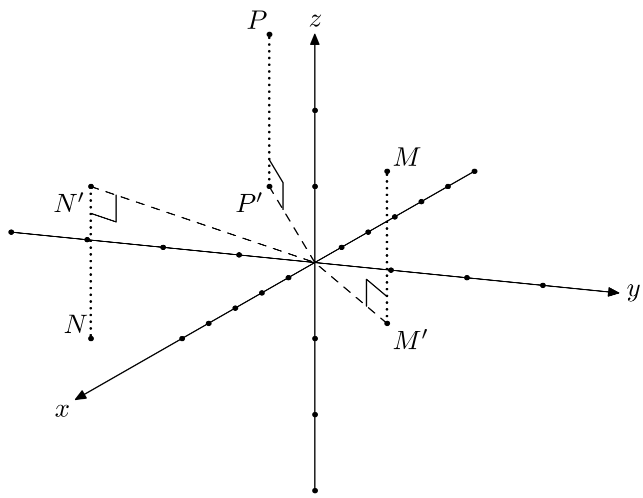
- Le point B appartient à l'axe des abscisse (Ox) et son abscisse est positive.
- Le point D appartient à l'axe des ordonnées (Oy) et son ordonné est positive.
- Le point E appartient à l'axe des côtes (Oz) et sa côte est positive.

De plus, on connait les coordonnées des points suivants :
$B\,(5\,;0\,;0)$; $H\,(0\,;10\,;3)$

1. Donner les coordonnées des points suivants :
   F ; C
2. Déterminer le volume de ce pavé droit.

Exercice 5

On munit d'un repère orthonormé dont les graduations sur les axes sont représentées ; on considère les trois points M, N, P et leurs projections respectives M', N', P' sur le plan (OIJ) dont voici les représentations :

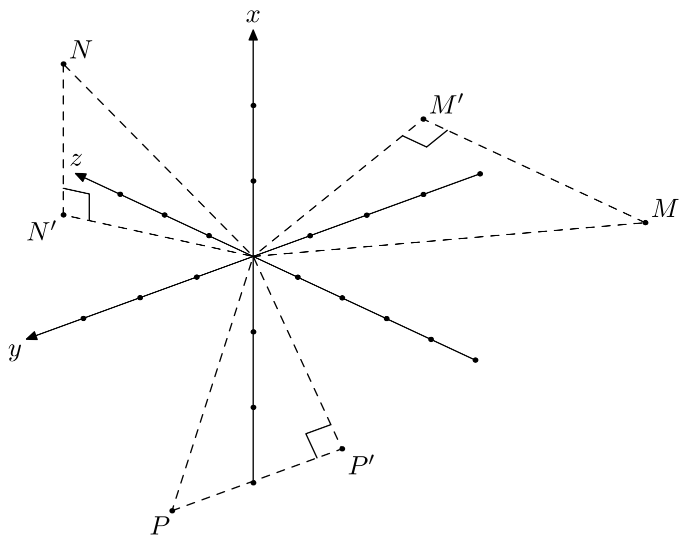


1. (a.) Déterminer les coordonnées du point M' appartenant au plan (OIJ).

   (b.) Donner les coordonnées du point M.
2. Déterminer les coordonnées du point N et du point P.

Exercice 6*

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\,;\,\overrightarrow{k}\right)$ orthonormé représenté ci-dessous :



On considère les trois points M, N, P :

1. a. Le point M' est le projeté orthogonal de M sur le plan (Oxy).
   Déteminer les coordonnées du point M' dans ce plan.

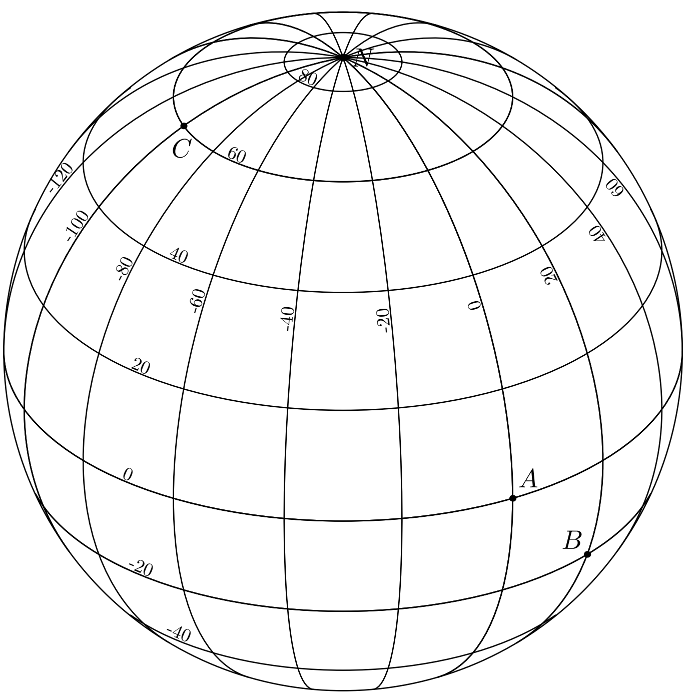
   b. Le point N' est le projeté orthogonal de N sur le plan (Oyz).
   Déteminer les coordonnées du point N' dans ce plan.

   c. Le point P' est le projeté orthogonal de P sur le plan (Oxz).
   Déteminer les coordonnées du point P' dans ce plan.

2. Déterminer les coordonnées des trois points M, N, P dans ce repère.

Exercice 7

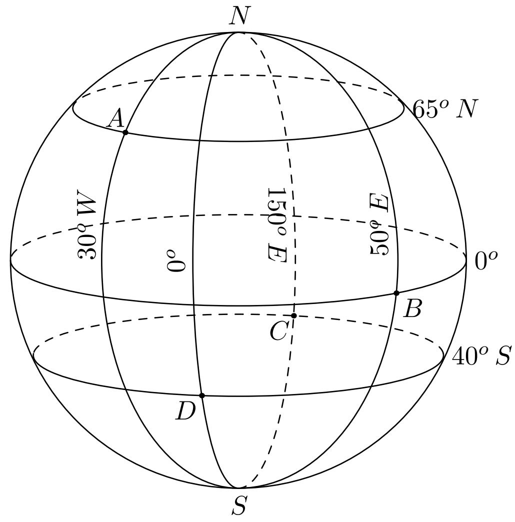
Ci-dessous sont représentés les méridiens et les parallèles du globe-terrestre :



Déterminer les coordonnées géodésiques des points A, B et C.

Exercice 8

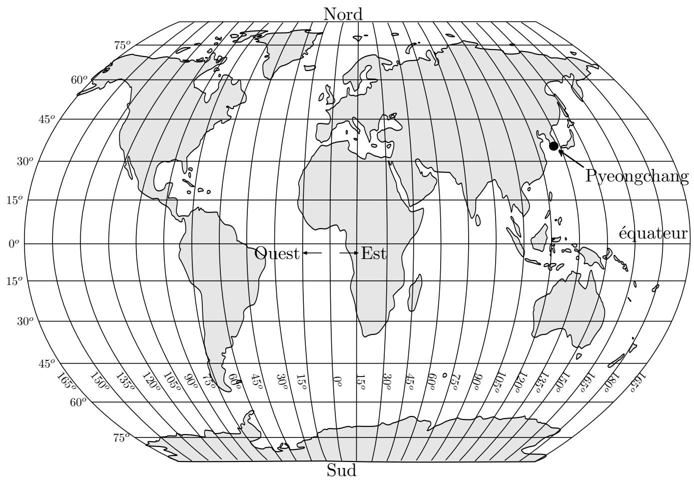
Sur la sphère ci-dessous représentant la terre, on considère les point A, B, C, D représentés ci-dessous :



Lire les coordonnées géographiques de ces quatres points.

Exercice 9

Le biathlète français Martin Fourcade a remporté le sixième gros globe de cristal de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud.
Donner approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessous :



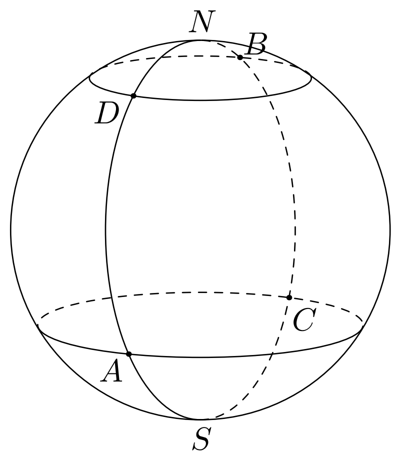
Exercice 10

On considère sur la terre, quatre points A, B, C, D où on connait les coordonnées géographiques des points A et B :

A : $30^o S$ $10^o W$

B : $55^o N$ $130^o E$

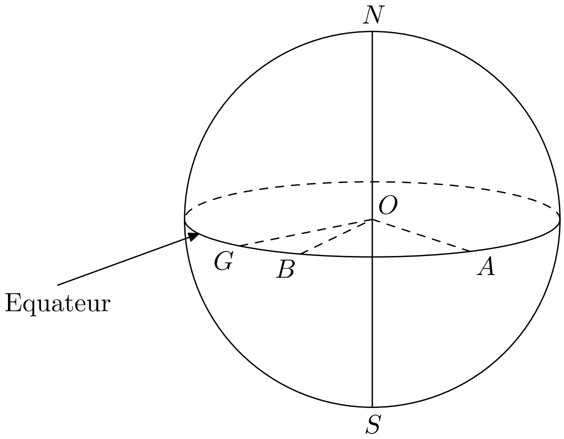
Déterminer les coordonnées géographiques des points C et D



.

Exercice 11

La terre est assimilé à une sphère de rayon $6\,370\,km$.



1. On considère le plan perpendiculaire à la ligne des pôles (NS) et équidistant de ces deux pôles. L'intersection de ce plan avec la terre s'appelle l'équateur.
Calculer la longueur de l'équateur arrondie au kilomètre près.

2. On note O le centre de la terre et G un point de l'équateur.
On considère deux points A et B situés en Afrique sur l'équateur. Ces points sont disposés comme l'indique le schéma ci-dessus.
On sait que : $\widehat{GOA}=42^o$; $\widehat{GOB}=9^o$.
Calculer la longueur de l'arc $\widehat{AB}$, portion de l'équateur située en Afrique arrondie au kilomètre près.

*Exercice 12**

Le tableau ci-dessous représente trois ville : leur latitude et leur longitude.

	Latitude	Longitude
Douala	4^o	9^o
Cayenne	4^o	-52^o
Milan	45^o	9^o

On rappelle que le rayon de la terre est approximativement $6\,370\,km$

1. (a.) Déterminer la distance à vol d'oiseau séparant Douala de Milan *(ville d'Italie)* arrondie au kilomètre près.
   (b.) Déterminer la distance à vol d'oiseau séparant Douala de Cayenne *(ville de guyane-française)* arrondie au kilomètre près.

2. La distance à vol d'oiseau de Cayenne à Milan est de $7\,470\,km$. Peut-on déduire cette distance des données obtenues durant les questions précédentes?

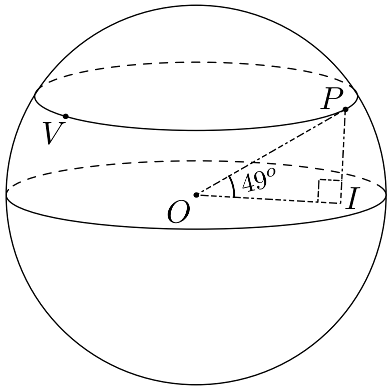
Remarque : on dit que la géométrie sphérique est une géométrie a courbure positive.

*Exercice 13**

Vancouver, au Canada, a pour coordonnée géographique :
$123^o\ E\ 49^o\ N$

Paris a pour coordonnée géographique :
$2^o\ E\ 49^o\ N$

Le point I est l'unique point du plan de l'équateur tel que le triangle OIP soit rectangle.



On rappelle que le rayon de la terre est d'environ $6\,371\,km$.

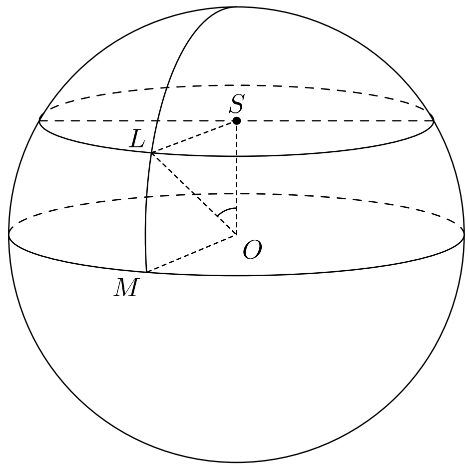
1. Justifier que les villes Vancouver et Paris sont sur la même latitude.

2. (a.) Déterminer la mesure du rayon du cercle définissant la latitude $49^o\ N$ au kilomètre près.
   (b.) Déterminer la longueur de la latitude $49^o\ N$ au kilomètre près.
   (c.) En déduire la longueur, à la surface de la terre, séparant ces deux villes au kilomètre près.

3. Donner les coordonnées du point géographique diamétralement opposé à la ville de Vancouver.

Exercice 14

Le dessin ci-dessous représente la Terre qui est assimilée à une sphère de $6\,370\,km$ de rayon. Le cercle de centre O passant par M représente l'équateur. Le point L représente la ville de Londres. L est situé sur la sphère et sur le cercle de centre S *(voir figure)*. On admettra que l'angle $\widehat{LSO}$ est un angle droit. On donne $OS=4\,880\,km$.



1. Calculer SL au kilomètre près.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{SOL}$ arrondie au degré près.

3. En déduire au degré près la latitude Nord de Londres par rapport à l'équateur, c'est à dire l'angle $\widehat{LOM}$.

