

Chapitre 14 - Identités remarquables

Exercice 1

Développer et simplifier les expressions littérales suivantes :

a. $(3x - 5)^2$

b. $(4x + 3)^2$

c. $(3x + 2)^2$

d. $(2 - 5x)^2$

Exercice 2

Développer les expressions suivantes :

a. $(x + 2)(x - 2)$

b. $(x + 1)(x - 1)$

c. $(2x - 3)(2x + 3)$

d. $(3 - 4x)(3 + 4x)$

e. $(2x + 2)(2x - 2)$

f. $(a + b)(a - b)$

Exercice 3

En développant et en réduisant l'expression de gauche, établir les identités ci-dessous :

a. $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

b. $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$

c. $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$

Exercice 4

Proposition : pour tous nombres a et b , on a les identités suivantes :

• $(a + b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$

• $(a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$

• $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $(2x + 1)^2$

b. $(3x - 4)^2$

c. $(x - 2)(x + 2)$

Exercice 5*

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre de départ
- Multiplier ce nombre par (-2)
- Ajouter 5 au produit
- Multiplier le résultat par 5
- Ecrire le résultat obtenu.

1. a. Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.
b. Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on?
2. Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0?
3. Arthur prétend que, pour n'importe quel nombre de départ x , l'expression $(x-5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat du programme de calcul.
A-t-il raison?

Exercice 6

On considère les programmes de calcul suivants :

Programme A

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1
- Calculer le carré de la somme obtenue
- Soustraire au résultat le carré du nombre départ

Programme B

- Choisir un nombre
- Ajouter 1 au double de ce nombre

1. On choisit 5 comme nombre de départ.
Quel résultat obtient-on avec chacun des deux programmes?
2. Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

Exercice 7

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre
- Ajouter 2
- Elever cette somme au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre choisi au départ
- Soustraire au résultat 4.

1. a. Montrer que, si le nombre choisi est 1, le programme de calcul renvoie le nombre 4.
b. Montrer que, si le nombre choisi est 5, le programme de calcul renvoie le nombre 20.
2. Quel est le nombre retourné par le programme de calcul si le nombre choisi est 2?
3. a. En notant x le nombre de départ, quelle est l'expression littérale obtenue par ce programme de calcul?
b. Justifier que l'expression obtenue par le programme de calcul est égale à $4 \times x$.

Exercice 8

1. Développer : $(x-1)^2$.
Justifier que $99^2 = 9801$ en utilisant le développement précédent.
2. Développer : $(x-1)(x+1)$.
Justifier que $99 \times 101 = 9999$ en utilisant le développement précédent.

Exercice 9

Factoriser les expressions suivantes :

a. $(x + 4)^2 - 2^2$

b. $(x + 1)^2 - 3^2$

c. $(x - 2)^2 - 2^2$

d. $4^2 - (x + 1)^2$

Exercice 10

1. Développer l'expression : $A = (2x-1)^2$.
2. Donner la forme factorisée de : $B = 4x^2 - 4x + 1$
3. Donner la valeur de B pour $x=0$ et pour $x = \frac{1}{2}$

Exercice 11*

On considère l'expression littérale :

$$(E) : (2x - 1)^2 - 3(x + 1)(2x - 1)$$

1. Factoriser (E) .
2. Développer (E) .
3. Calculer (E) pour $x = 1$ de trois manières différentes.
Puis, calculer (E) pour $x = \frac{1}{4}$.

Question subsidiaire :

4. Quels sont les deux valeurs de x qui annulent l'expression (E) .
Pouvez-vous justifier?

Exercice 12

On considère l'expression :

$$D = (2x + 3)^2 + (x - 5)(2x + 3)$$

1. Développer et réduire l'expression D .
2. Factoriser l'expression D .
3. Evaluer l'expression pour $x = 1$ et $x = \frac{2}{3}$.

Exercice 13*

Pour cette exercice, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 1.
- Calculer le carré de cette somme.
- Enlever 16 au résultat obtenu.

et l'expression littérale P définie par : $P = x^2 + 2x - 15$

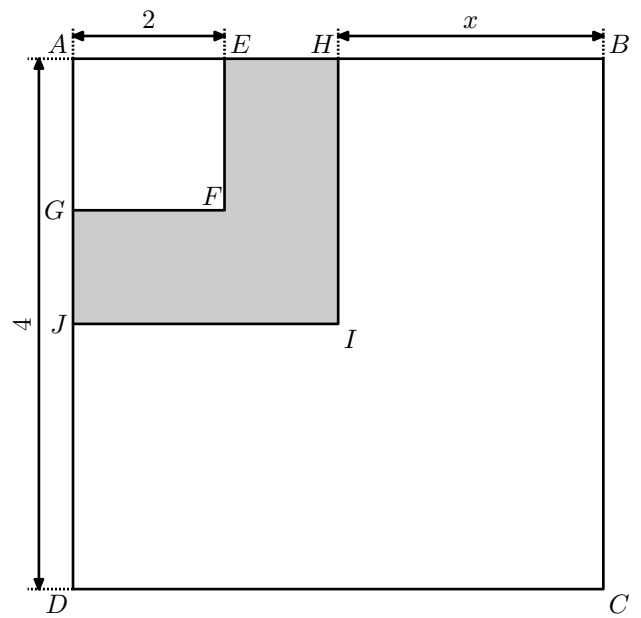
Montrer que quelque soit le nombre de départ choisi, on obtient la même valeur :

- par le programme de calcul ;
- qu'en évaluant l'expression P en cette valeur.

Exercice 14

1. Dans la figure ci-dessous $AEFG$, $AHIJ$ et $ABCD$ sont des carrés.
Calculer AH en fonction de x ; en déduire l'aire de $AHIJ$ puis préciser, dans la liste ci-dessous, la (ou les) expressions(s) algébriques qui correspondent à l'aire hachurée :

$$M = (4-x)^2 - 2^2 \quad ; \quad N = (4-x-2)^2 \quad ; \quad P = 4^2 - x^2 - 2^2$$



2. Développer et réduire l'expression : $Q = (4-x)^2 - 4$.
3. Factoriser Q .
4. Calculer Q pour $x = 2$. Que traduit ce résultat pour la figure?

Exercice 15

Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A quelle que soit la valeur de " x " :

