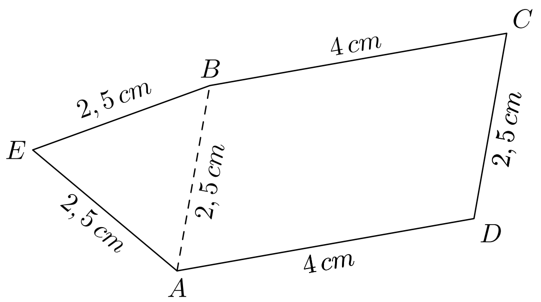
Chapitre 15 - Aires - Volumes

Correction 1

En utilisant les données de l'énoncé :

- le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme ; on en déduit que les côtés opposés sont de même longueurs ;
- le triangle ABE est un triangle équilatéral ; on en déduit que les trois côtés sont de même longueur.

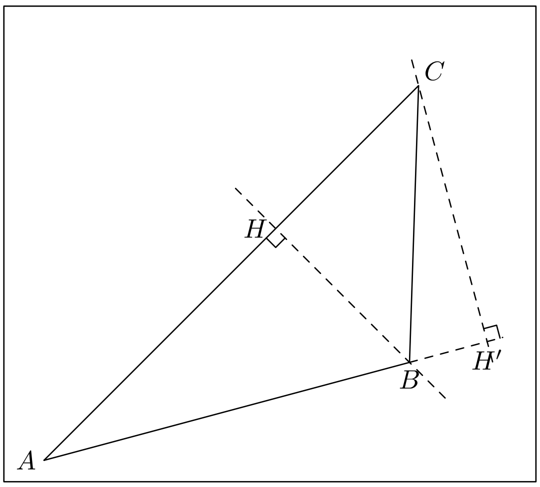
Ainsi, on peut compléter la figure ainsi :



On obtient le périmètre du polygone $AEBCD$:
$4+2{,}5+4+2{,}5+2{,}5=15{,}5\,cm$

Correction 2

1. (a)



(b) La hauteur issue de B est le segment $[BH']$ mesure $2{,}5\,cm$ et la base associée $[AC]$ a pour mesure $7\,cm$. Ainsi, l'aire du triangle ABC mesure :
$$\mathscr{A}_{ABC}=\frac{BH'\times AC}{2}=\frac{2{,}5\times7}{2}=8{,}75$$

2. (a) La hauteur issue de C est le segment $[CH]$ et mesure $3{,}5\,cm$. La base associée à cette hauteur est $[AB]$ et mesure $5\,cm$. L'aire du triangle ABC se mesure par le calcul :
$$\mathscr{A}_{ABC}=\frac{CH\times AB}{2}=\frac{3{,}5\times5}{2}=8{,}75.$$

Correction 3

- $\mathscr{A}_{ABC}=\dfrac{B\times h}{2}=\dfrac{AB\times AC}{2}=\dfrac{4\times3}{2}=6\,cm^2$
- $\mathscr{A}_{DEF}=\dfrac{B\times h}{2}=\dfrac{EF\times DG}{2}=\dfrac{2\times2{,}4}{2}=2{,}4\,cm^2$
- $\mathscr{A}_{HIJK}=B\times h=3{,}5\times4=14\,cm^2$
- $\mathscr{A}_{LMNO}=\dfrac{(B+b)\times h}{2}=\dfrac{(3+4{,}5)\times2}{2}=7{,}5\,cm^2$

Correction 4

- Le disque de diamètre $12\,cm$ a une aire :
$\mathcal{A}_1=\pi\times r^2=\pi\times6^2$
$\approx3{,}14\times36\approx113{,}04\,cm^2$
- Le disque de rayon $0{,}75\,cm$ a une aire :
$\mathcal{A}_2=\pi\times r^2=\pi\times0{,}75^2$
$\approx3{,}14\times0{,}5625\approx1{,}766\approx1{,}77\,cm^2$

Ainsi, l'aire de la surface plastique d'un DVD a pour aire :
$\mathcal{A}=\mathcal{A}_1-\mathcal{A}_2=113{,}04-1{,}77=111{,}27\,cm^2$

Correction 5

Cette figure est composée :

- du triangle ABC rectangle en C. Son aire mesure :
$$\mathscr{A}_{ABC}=\frac{CA\times CB}{2}=\frac{6\times3{,}2}{2}=9{,}6\,cm^2$$
- d'un demi-cercle de diamètre $[AB]$. Le disque associé a une aire de :
$\mathscr{A}_D=\pi\times r^2=\pi\times3{,}4^2\approx3{,}14\times\approx36{,}3\,cm^2$
Ainsi, le demi-cercle a une aire égale à $18{,}15\,cm^2$

Cette figure a une surface qui mesure :
$\mathscr{A}=9{,}6+18{,}15=27{,}75\,cm^2$

Correction 6

- Déterminons l'aire de la base de ce prisme droit.
Sa base est un triangle rectangle dont l'aire a pour mesure :
$$\mathcal{A}=\frac{AC\times AB}{2}=\frac{1{,}6\times6{,}5}{2}=\frac{10{,}4}{2}=5{,}2\,cm^2$$
- La formule donnant l'aire d'un prisme droit permet d'obtenir l'aire du solide $ABCDEF$:
$\mathcal{V}=\mathcal{A}\times h=5{,}2\times AD=5{,}2\times3=15{,}6\,cm^3$

Correction 7

- Le cylindre du bas a pour rayon $15\,cm$ et pour hauteur $8\,cm$. Le volume du premier étage est donc :
$V_1=\pi\times r^2\times h=\pi\times15^2\times8=1800\pi$
$\approx5654{,}8667\approx5654{,}87\,cm^3$
- Le cylindre du milieu a pour rayon $10\,cm$ et pour hauteur $8\,cm$. Le volume du second étage est donc :
$V_2=\pi\times r^2\times h=\pi\times10^2\times8=800\pi$
$\approx2513{,}2741\approx2513{,}27\,cm^3$
- Le cylindre du haut a pour rayon $5\,cm$ et pour hauteur $8\,cm$. Le volume du second étage est donc :
$V_3=\pi\times r^2\times h=\pi\times5^2\times8=200\pi$
$\approx628{,}3185\approx628{,}32\,cm^3$

Ainsi, le volume total de ce gâteau est :
$\mathcal{V}=V_1+V_2+V_3$
$\approx5654{,}87+2513{,}27+628{,}32\approx8796{,}46\approx8796\,cm^3$

Correction 8

	km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3	
$312\,m^3$				3 1 2	0 0 0			$\dots dm^3$
$0{,}32\,dm^3$				0,	0 0 0	3 2		$\dots m^3$
$350\,mm^3$				0,	0 0 0	0 0 0	3 5	$\dots m^3$
$2\,\ell$				0,	0 0 2			$\dots m^3$
$33\,c\ell$						3 3 0		$\dots cm^3$
$25\,km^3$	2 5	0 0 0	0 0 0	0 0 0				$\dots m^3$

On a les conversions :

a. $312\,m^3 = 312\,000\,dm^3$

b. $0{,}32\,dm^3 = 0{,}000\,32\,m^3$

c. $350\,mm^3 = 0{,}000\,000\,35\,m^3$

d. $2\,\ell = 0{,}002\,m^3$

e. $33\,c\ell = 330\,cm^3$

f. $25\,km^3 = 25\,000\,000\,000\,m^3$

