Correction 1

J'adopterais les deux types de rédaction alternativement sur les questions de cet exercice :

a.
$$\begin{aligned}3x-5&=3+2x\\3x-5+5&=3+2x+5\\3x&=2x+8\\3x-2x&=2x+8-2x\\x&=8\end{aligned}$$

La solution de cette équation est le nombre 8

b.
$$\begin{aligned}2-x&=x+5\\-x&=x+5-2\\-x&=x+3\\-x-x&=3\\-2x&=3\end{aligned}\qquad\begin{aligned}x&=\frac{3}{-2}\\x&=-\frac{3}{2}\end{aligned}$$

La solution de cette équation est le nombre $-\frac{3}{2}$.

c.
$$\begin{aligned}6x+7&=x-13\\6x+7-7&=x-13-7\\6x&=x-20\\6x-x&=x-20-x\end{aligned}\qquad\begin{aligned}5x&=-20\\x&=\frac{-20}{5}\\x&=-4\end{aligned}$$

La solution de cette équation est le nombre -4.

d.
$$\begin{aligned}1+x&=-2x+4\\1+x+2x&=-2x+4+2x\\1+3x&=4\\1+3x-1&=4-1\end{aligned}\qquad\begin{aligned}3x&=3\\\frac{3x}{3}&=\frac{3}{3}\\x&=1\end{aligned}$$

La solution de cette équation est le nombre 1.

Correction 2

a.
$$\begin{aligned}3x+2&=x+6\\3x+2-x&=x+6-x\\2x+2&=6\\2x+2-2&=6-2\end{aligned}\qquad\begin{aligned}2x&=4\\x&=\frac{4}{2}\\x&=2\end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution le nombre 2.

b.
$$\begin{aligned}5x+2&=3x+9\\5x&=3x+9-2\\5x&=3x+7\end{aligned}\qquad\begin{aligned}2x&=7\\x&=\frac{7}{2}\end{aligned}$$

La solution de cette équation est $\frac{7}{2}$.

c.
$$\begin{aligned}2x-4&=5x+3\\2x&=5x+7\\2x-5x&=7\\-3x&=7\end{aligned}\qquad\begin{aligned}x&=\frac{7}{-3}\\x&=-\frac{7}{3}\end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\frac{7}{3}$.

d.
$$\begin{aligned}7x+2&=-3x+1\\7x&=-3x+1-2\\7x&=-3x-1\\7x+3x&=-1\end{aligned}\qquad\begin{aligned}10x&=-1\\x&=-\frac{1}{10}\end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\frac{1}{10}$

Correction 3

a.
$$\begin{aligned}2(x+5)&=3(2x-2)\\2x+10&=6x-6\\2x&=6x-6-10\\2x&=6x-16\\2x-6x&=6x-16-6x\end{aligned}\qquad\begin{aligned}-4x&=-16\\x&=\frac{-16}{-4}\\x&=4\end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution le nombre 4.

b.
$$\begin{aligned}2(x-2)-4(1-x)&=4\\2x-4-4+4x&=4\\6x-8&=4\\6x-8+8&=4+8\end{aligned}\qquad\begin{aligned}6x&=12\\x&=\frac{12}{6}\\x&=2\end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution le nombre 2.

c.
$$\begin{aligned}3(x-2)+4&=2-x\\3x-6+4&=2-x\\3x-2&=2-x\\3x-2+2&=2-x+2\\3x&=4-x\end{aligned}\qquad\begin{aligned}3x+x&=4-x+x\\4x&=4\\x&=\frac{4}{4}\\x&=1\end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution le nombre 1.

d.
$$\begin{aligned}5(x+1)&=3(3-x)\\5x+5&=9-3x\\5x+5-5&=9-3x-5\\5x&=4-3x\end{aligned}\qquad\begin{aligned}5x+3x&=4\\8x&=4\\x&=\frac{4}{8}\\x&=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Cette équation admet pour solution le nombre $\frac{1}{2}$.

Correction 4

a.
$$\begin{aligned}-2(x+1)&=3(3-2x)\\-2x-2&=9-6x\\-2x-2+2&=9-6x+2\\-2x&=11-6x\\-2x+6x&=11-6x+6x\\4x&=11\\\frac{4x}{4}&=\frac{11}{4}\\x&=\frac{11}{4}\end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned}5(3-2x)-4(x-2)&=5\\15-10x-4x+8&=5\\-14x+23&=5\\-14x+23-23&=5-23\\-14x&=-18\\\frac{-14x}{-14}&=\frac{-18}{-14}\\x&=\frac{9}{7}\end{aligned}$$

Correction 5

a. Résolution de l'équation (F) :

$$\begin{aligned}2x-(3x-5)&=4(2-x)\\2x-3x+5&=8-4x\\-x+5&=8-4x\\-x+5-5&=8-4x-5\\-x&=3-4x\end{aligned}\qquad\begin{aligned}-x+4x&=3-4x+4x\\3x&=3\\\frac{3x}{3}&=\frac{3}{3}\\x&=1\end{aligned}$$

1 est la solution de l'équation.

b. $2(x+1)-3(x-7)=1$
$2x+2-3x+21=1$
$-x+23=1$
$-x+23-23=1-23$
$-x=-22$
$x=22$

Cette équation admet pour solution le nombre 22.

c. $3(x-4)=4(x+4)$
$3x-12=4x+16$
$3x-12+12=4x+16+12$
$3x=4x+28$
$3x-4x=4x+28-4x$
$-x=28$
$x=-28$

Cette équation admet pour solution le nombre -28.

d. $5\big[2(3-x)-2\big]=5x+1$
$5\big(6-2x-2\big)=5x+1$
$5(4-2x)=5x+1$
$20-10x=5x+1$
$20-10x-20=5x+1-20$
$-10x=5x-19$
$-10x-5x=5x-19-5x$
$-15x=-19$
$x=\dfrac{-19}{-15}$
$x=\dfrac{19}{15}$

Cette équation admet pour solution le nombre $\dfrac{19}{15}$.

Correction 6

1. a. Une boîte de chocolat contient 319 chocolat dont chacun à un prix unitaire de $100\,F$. Ainsi, le contenu d'une boîte a une valeur de :
$19\times 100 = 1\,900\,F$
Le boîte vide coûte $200\,F$. On en déduit le prix total d'une boîte de chocolat :
$1\,900+200=2\,100\,F$

b. Ainsi, la vente des 315 boîtes durant la semaine rapporte :
$2\,100\times 315=661\,500\,F$

2. Notons x le prix d'un chocolat. Le prix d'une boîte de chocolats est alors de :
$19\times x+200$

Pour vendre sa boîte à $2\,290\,F$, la valeur de x doit vérifier légalité suivante :
$19x+200=2290$
$19x=2090$
$x=\dfrac{2090}{19}$
$x=110$

Chaque chocolat doit être vendu $110\,F$.

Correction 7

- Le périmètre du triangle ABC en fonction de x a pour valeur :
$(3x-2)+(x+1)+4=4x+3$
- Le périmètre du rectangle $DEFG$ en fonction de x a pour valeur :
$2\times\big[(2x-1)+(3x-5)\big]=2\times(5x-6)=10x-12$

Ainsi, l'équation traduisant l'égalité des deux périmètres est :
$4x+3=10x-12$

Correction 8

1. Le programme **A** donne pour expression : $3x-4$

Le programme **B** donne pour expression : $(x+3)\times(-2)$

Ainsi, pour que ces deux programmes de calcul donnent le même résultat, il faut que le nombre x choisi vérifie l'égalité :
$3x-4=(x+3)\times(-2)$

2. Résolvons l'équation obtenue lors de la question précédente :
$3x-4=(x+3)\times(-2)$
$3x-4=-2x-6$
$3x-4+2x=-2x-6+2x$
$5x-4=-6$
$5x-4+4=-6+4$
$5x=-2$
$x=\dfrac{-2}{5}$
$x=-\dfrac{2}{5}$

La solution de l'équation est le nombre $-\dfrac{2}{5}$.

Correction 9

1. Le polygone $ABCDEF$ a une aire égale à :
$\mathcal{A}=x^2+3\times 4=x^2+12$

Le polygone $GHIJ$ a une aire égale à : $\mathcal{A}'=(x+2)^2$

2. Ces deux aires sont égales lorsque l'indéterminée x rendra vraie l'égalité suivante :
$x^2+12=(x+2)^2$

Résolvons l'équation suivante :
$x^2+12=(x+2)^2$
$x^2+12=(x+2)(x+2)$
$x^2+12=x^2+2x+2x+4$
$x^2+12=x^2+4x+4$
$x^2+12-x^2=x^2+4x+4-x^2$
$12=4x+4$
$4x+4=12$
$4x=12-4$
$4x=8$
$x=\dfrac{8}{4}$
$x=2$

Ces deux polygones auront la même aire lorsque x aura pour valeur 2.

Correction 10

- Le carré $ABCD$ a pour côté 40. Son aire a pour valeur :
$\mathcal{A}=40^2=1\,600\,cm^2$
- Le point E est un point du segment $[AD]$. On a la relation :
$AD=AE+ED$
$40=15+ED$
$ED=40-15$
$ED=25$

Le point C est un point du segment $[DG]$. On a la relation :
$DG=DC+CG$
$DG=40+25$
$DG=65$

Le rectangle $DEFG$ a pour aire :
$\mathcal{A}'=25\times 65=1\,625\,cm^2$

- Notons x la longueur du segment $[AB]$. On a alors les mesures suivantes :
$ED=x-15$; $DG=x+25$

Exprimons l'aire de ces deux rectangles en fonction de x :

- Le carré $ABCD$ a pour aire :
$\mathcal{A}=x^2$
- Le rectangle $DEFG$ a pour aire :
$\mathcal{A}'=\big(x-15\big)\big(x+25\big)$

Afin de déterminer la mesure du segment $[AB]$ afin que l'aire du carré $ABCD$ et l'aire du rectangle $DEFG$ ont même mesure :

$\mathcal{A} = \mathcal{A}'$

$x^2 = (x-15)(x+25)$

$x^2 = x^2 + 25x - 15x - 15\times 25$

$x^2 = x^2 + 10x - 375$

$x^2 - x^2 - 10x = -375$

$-10x = -375$

$x = \dfrac{-375}{-10}$

$x = 37{,}5\,cm$

Correction 11

1. Le point N appartenant au segment $[AC]$, on a l'égalité des longueurs :
$AC = AN + NC$
qui permet d'obtenir l'expression de la longueur $[AC]$:
$= (x+2) + x = 2x + 2$

2. On a $M\in[AB]$; $N\in[AC]$; $(MN)/\!/(BC)$
D'après le théorème de Thalès, on a l'égalité suivante :
$\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$
Utilisons l'égalité suivante :
$\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$
$\dfrac{3}{5} = \dfrac{x+2}{2x+2}$

3. Résolvons l'"équation de la question 2. :

$\dfrac{3}{5} = \dfrac{x+2}{2x+2}$

D'après le produit en croix :

$3\times(2x+2) = 5\times(x+2)$

$6x + 6 = 5x + 10$

$6x + 6 - 6 = 5x + 10 - 6$

$6x = 5x + 4$

$6x - 5x = 5x + 4 - 5x$

$x = 4\,cm$

On en déduit que la longueur du segment $[AC]$:
$AC = 2x + 2 = 2\times 4 + 2 = 8 + 2 = 10\,cm$