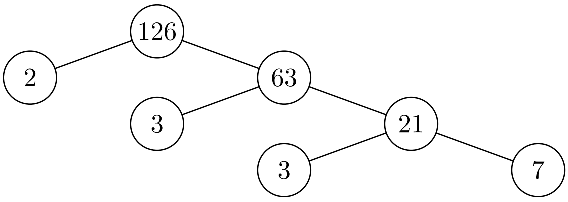
4ème - Arithmétique

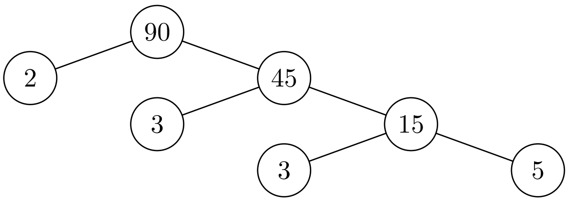
C.1

① Déterminons les décompositions en produit de facteurs premiers :

- $$\begin{aligned}126 &= 2\times63\\ &= 2\times(3\times21)\\ &= 2\times3\times21\\ &= 2\times3\times(3\times7)\\ &= 2\times3^2\times7\end{aligned}$$



- $$\begin{aligned}90 &= 9\times10\\ &= (3\times3)\times(2\times5)\\ &= 2\times3^2\times5\end{aligned}$$



② Le plus grand entier divisant ces deux nombres est 2×3^2.
L'ensemble des diviseurs communs aux nombres 126 et 90 :
1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18

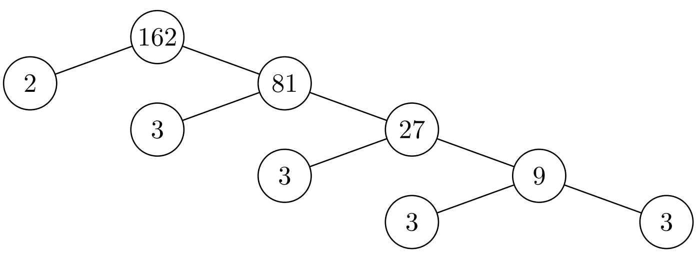
③ Il peut créer au maximum 18 groupes qui contiendront chacun :

- 7 garçons
- 5 filles.

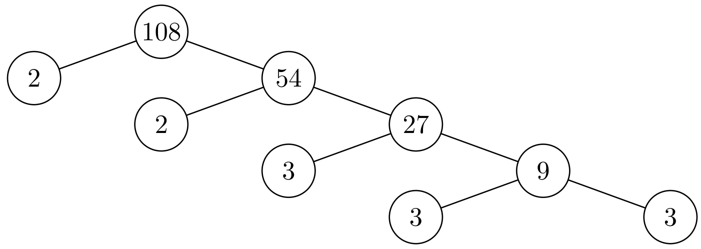
C.2

① On a les décompositions en produits de facteurs premiers :

- $$\begin{aligned}162 &= 2\times81\\ &= 2\times9^2\\ &= 2\times(3\times3)^2\\ &= 2\times3^4\end{aligned}$$



- $$\begin{aligned}108 &= 2\times54\\ &= 2\times(2\times27)\\ &= 2^2\times27\\ &= 2^2\times(3\times9)\\ &= 2^2\times3^3\end{aligned}$$



② La décomposition en produits de facteurs premiers des nombres 162 et 108 permet d'obtenir les trois diviseurs communs strictement supérieurs à 10 :

- $2\times3^2 = 18$
- $3^3 = 27$
- $2\times3^3 = 54$

③ ⓐ L'entier 36 admet la décomposition en produit de facteurs premiers :
$36 = 2^2\times3^2$
Cet entier ne divise pas 162 : il ne peut pas réaliser 36 barquettes.

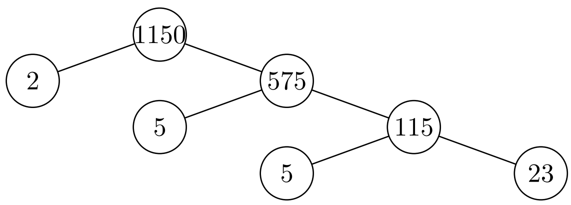
ⓑ Le plus grand diviseur commun à ces deux entiers est :
$2\times3^3 = 54$
Il pourra préparer 54 barquettes.

ⓒ Dans ce cas, chacune des barquettes contiendra 3 nems et 2 samossas.

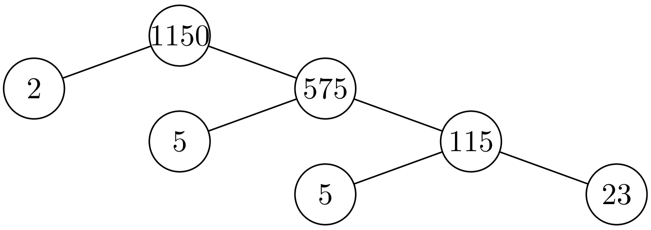
C.3

① On a les décompositions en produit de facteurs premiers :

- On a les égalités :
$69 = 3\times23$
- On a les égalités :
$$\begin{aligned}1150 &= 115\times10\\ &= (5\times23)\times(2\times5)\\ &= 2\times5^2\times23\end{aligned}$$



- On a les égalités :
$$\begin{aligned}4140 &= 414\times10\\ &= (2\times207)\times(2\times5)\\ &= 2^2\times5\times207\\ &= 2^2\times5\times(3\times69)\\ &= 2^2\times3\times5\times69\\ &= 2^2\times3\times5\times(3\times23)\\ &= 2^2\times3^2\times5\times23\end{aligned}$$



2. D'après la décomposition en produit de facteurs premiers de ces nombres, on en déduit que seul les entiers 1 et 23 sont des diviseurs communs à ces nombres.
On en déduit qu'il y a 23 marins.

C.4

1. Les diviseurs de 24 sont :
$1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 6\ ;\ 8\ ;\ 12\ ;\ 24$
2. Les diviseurs de 60 sont :
$1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 6\ ;\ 10$
$12\ ;\ 15\ ;\ 20\ ;\ 30\ ;\ 60$
3. Les diviseurs commun de 24 et 60 sont :
$1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 6\ ;\ 12$
4. Les parts de pizza ayant une formée carrée, les dimensions de ce carré doivent être des diviseurs de 24 et de 60. Ces carrés peuvent avoir dimensions :
$1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 6\ ;\ 12$

C.5

1. La boule a la même chance de s'arrêter sur chacune des cases du plateau.
Etant dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8 est :
$\dfrac{1}{13}$
2. Le plateau comporte 6 cases portant un numéro impair.
Ainsi, la probabilité d'obtenir une boule s'arrétant sur une case portant un numéro impair est :
$\dfrac{6}{13}$
3. Parmi les entiers compris entre 0 et 12, les entiers premiers sont :
$2\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 7\ ;\ 11$
Ainsi, la probabilité pour que la boule s'arrête sur un nombre premier est :
$\dfrac{5}{13}$

C.6

1. Chaque boule ayant la même probabilité d'être tirée, nous sommes dans une situation d'équiprobabilité. Ainsi, la probabilité de tirer la boule numérotée 13 a pour probabilité d'être tirée :
$\dfrac{1}{20}$
2. Parmi les boules numérotées de 1 à 20, il y a 10 boules portant un numéro pair. Ainsi, la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair, on a :
$\dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$
3. Les boules portant un numéro multiple de 4 sont les boules ayant le numéro :
$4\ ;\ 8\ ;\ 12\ ;\ 16\ ;\ 20$
Il y a donc 5 boules portant un numéro multiple de 4.
Les boules portant un numéro diviseur de 4 sont :
$1\ ;\ 2\ ;\ 4$
Il y a donc 3 boules portant un numéro diviseur de 4.
Etant dans une situation d'équiprobabilité et qu'il y a plus de boules portant un numéro multiple de 4, alors la probabilité d'obtenir un multiple de 4 est plus grande que d'obtenir un diviseur de 4.
4. Parmi les entiers de 1 à 20, les nombres premiers sont :
$2\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 7\ ;\ 11\ ;\ 13\ ;\ 17\ ;\ 19$
Ainsi, la probabilité de tirer une boule portant un entier premier est :
$\dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$

C.7

1. Cette affirmation est fausse.
Un contre-exemple est construit à partir des entiers 4 et 5 est 9 qui n'est pas premier.
2. Cette affirmation est fausse.
Un contre exemple est construit avec le produit de 2 et 3 qui vaut 6 et qui admet 4 entiers diviseurs.
3. Cette affirmation est fausse.
L'entier 9 est un contre-xemple car il est impair mais n'est pas un entier premier.

C.8

1.
- On a les égalités :
$$140 = 14\times10 = (2\times7)\times(2\times5) = 2^2\times5\times7$$
- On a les égalités :
$$870 = 87\times10 = (3\times29)\times(2\times5) = 2\times3\times5\times29$$

2. On a les égalités :
$$\frac{140}{870} = \frac{2^2\times5\times7}{2\times3\times5\times29} = \frac{2\times7}{3\times29} = \frac{14}{87}$$

C.9

1. On a les décompositions en produit de facteurs premiers :
- $$1386 = 2\times693 = 2\times(3\times231) = 2\times(3\times231) = 2\times3\times231 = 2\times3\times(3\times77) = 2\times3^2\times77 = 2\times3^2\times7\times11$$
- $$1716 = 2\times858 = 2\times(2\times429) = 2^2\times429 = 2^2\times(3\times143) = 2^2\times3\times143 = 2^2\times3\times11\times13$$

2. On a la simplification :
$$\frac{1386}{1716} = \frac{2\times3^2\times7\times11}{2^2\times3\times11\times13} = \frac{3\times7}{2\times13} = \frac{21}{26}$$