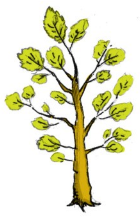
Agrandir ou réduire une figure

1 Reconnaître une situation de réduction ou d'agrandissement



Parmi les images ci-dessous, quelles sont celles qui sont des réductions, des agrandissements de l'arbre ci-contre et celles qui ne sont ni l'une ni l'autre ?

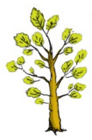


Fig 1

Fig 2

Fig 3

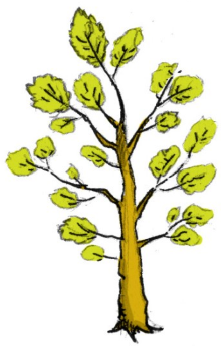


Fig 4

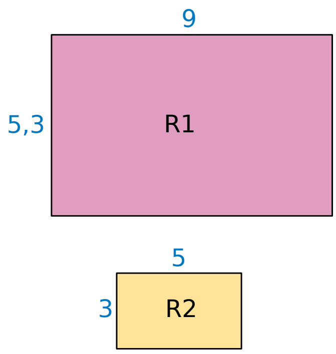
Fig 5

2 Réduction ?

Soit deux rectangles R1 et R2.

a. Le rectangle R2 est-il une réduction du rectangle R1 ? Justifie ta réponse.

b. Comment retrouver le centre de l'homothétie qui transforme un rectangle en l'autre ?



Utiliser les propriétés de l'agrandissement-réduction

3 Agrandissement

a. Construis un rectangle ABCD tel que AB = 3 cm ; BC = 5 cm.

b. Construis un rectangle EFGH par l'homothétie de centre le centre du rectangle et de rapport 2.

c. Quelle est l'aire du rectangle obtenu ?

4 Parallélisme

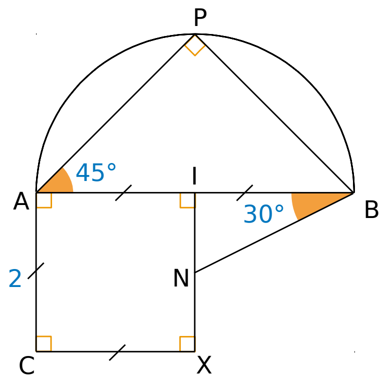
a. Construis un triangle ABC tel que AB = 3,4 cm ; AC = 4,5 cm et BC = 7 cm.

b. Construis un triangle CDE par l'homothétie de centre C et de rapport 0,5.

c. La figure obtenue est-elle un agrandissement ou une réduction de la figure d'origine ?

d. Justifie que (DE) et (AB) sont parallèles.

5 Construction et agrandissement



Construis un agrandissement de rapport 1,5 de la figure ci-dessus. Explique ta démarche. L'unité de longueur est le centimètre.

6 Grandir

a. Construis un parallélogramme RAVI tel que RI = 6 cm ; IV = 4 cm et $\widehat{RIV}$ = 130°.

b. Construis l'image de la figure par l'homothétie de centre I et de rapport $\frac{5}{4}$.

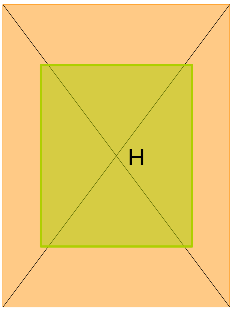
c. Quelle est la nature de la figure obtenue ? Justifie ta réponse.

d. Déduis-en la mesure des angles de la figure agrandie. Justifie.

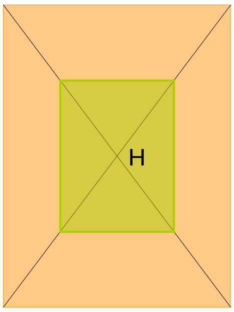
Homothétie

7 La figure verte est-elle l'image de la figure orange par une homothétie de centre H ?

a.

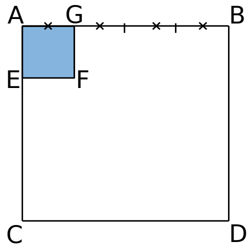


b.

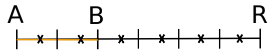


8 Pour chacune des situations ci-dessous, détermine les rapports des homothéties.

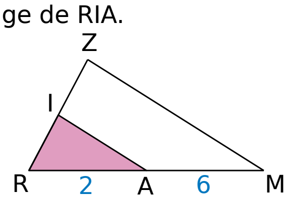
a. AGFE est l'image de ABDC.



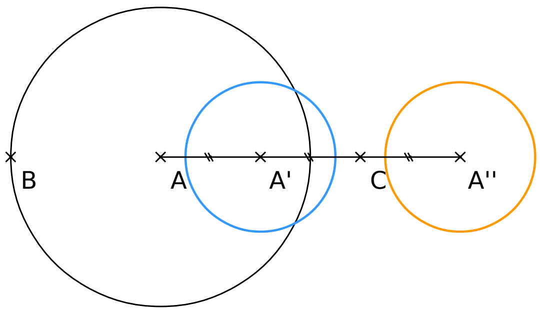
b. A est l'image de R par l'homothétie de centre B.



c. RZM est l'image de RIA.



9 Les cercles de couleurs sont les images du cercle de centre A passant par B par deux homothéties de centre C.



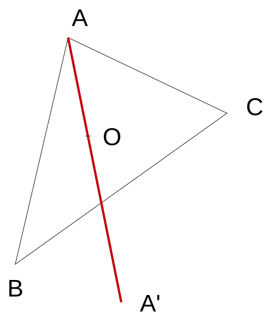
a. Pour chacune des homothéties, détermine le rapport.

b. Où se situent les images du point B par ces deux homothéties ?

10 **Construction**

a. Reproduis la figure ci-contre et construis le triangle A'B'C', image du triangle ABC par l'homothétie de centre O qui transforme A en A'.

b. Que peux-tu dire du rapport de cette homothétie ?



11 Soit trois points O, A, A' alignés dans cet ordre tel que OA = 2 cm et OA' = 6 cm.

a. Détermine l'homothétie h de centre O qui transforme A en A'.

b. Soit B un point n'appartenant pas à (OA). Construis le point B', image de B par l'homothétie h.

c. Quelle figure reconnais-tu ?

12 Soit [AA'] un segment de 11 cm et O un point de ce segment tel que OA=4 cm.

a. Détermine l'homothétie h de centre O qui transforme A en A'.

b. Soit B un point n'appartenant pas à (OA). Construis le point B', image de B par l'homothétie h.

c. Quelle figure reconnais-tu ?

13 Soit [AB] et [CD] deux segments parallèles tels que AB=3 cm et CD=2 cm.

a. Construis le centre de l'homothétie h_1 qui transforme A en C et B en D.

b. Construis le centre de l'homothétie h_2 qui transforme A en D et B en C.

c. Quels sont les rapports de h_1 et de h_2 ?

14 Trace un triangle ABC tel que AB=3 cm, BC=4 cm et AC=5 cm.

a. Quelle est la nature du triangle ABC ?

b. Trace un segment [A'B'] de longueur 10,5 cm tel que (A'B') et (AB) soient parallèles

c. On appelle l'homothétie h qui transforme A en A' et B en B'. Construis C', image par l'homothétie h du point C et calcule B'C'.

15 **Constructions et démonstration**

a. Construis un triangle ABC quelconque. Place un point O extérieur à ABC.

Sur la demi-droite [OA), place le point A' tel que OA' = 3OA. Trace la parallèle à (AB) passant par A', elle coupe (OB) en B'.

Construis la parallèle à (AC) passant par A', elle coupe (OC) en C'.

b. Que peux-tu dire du triangle A'B'C' par rapport au triangle ABC ? Démontre-le.

Triangles semblables

1 Est-ce que ...

a. Deux triangles équilatéraux sont semblables ?

b. Deux triangles isocèles rectangles sont semblables ?

c. Deux triangles isocèles sont semblables ?

2 On considère (d) et (d') deux droites parallèles. Soit A et B deux points de (d), A' un point de (d') et O un point de la droite (AA') distinct de A et A'. La droite (BO) recoupe (d') en B'.

Les triangles OAB et OA'B' sont -ils semblables ?

3 Les côtés d'un triangle T ont pour longueur 6 cm, 8 cm et 9 cm. Un triangle T' est semblable à T et deux de ses côtés mesure 9 cm et 13,5 cm. Calcule la longueur du dernier côté de T'. Soit ABC un triangle. On note A', B', C' les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB].

Démontre que les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.

4 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] dont les diagonales se coupent en I.

(AD) et (BC) se coupent en J.

a. Démontrer que les triangles IAB et ICD sont semblables.

b. Démontrer que les triangles JAB et JDC sont semblables.

5 Soit ABC un triangle.

a. Place deux points E et F à l'extérieur du triangle ABC.

b. Construire le point G tel que le triangle EFG soit semblable au triangle ABC.

6 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] dont les diagonales se coupent en I.

La droite parallèle à la droite (AB) passant par I recoupe [AD] en E et [BC] en F.

a. Démontre que les triangles ABI et DCI d'une part et DAB et DIE d'autre part sont semblables.

b. Quel est le rapport de réduction de DAB à DIE ?

c. Démontre que les triangles ABC et IFC sont semblables.

d. Démontre que I est le milieu de [EF].

7 Trace deux triangles EFG et RST semblables tels que

- $\widehat{E} = \widehat{T} = 20°$,
- $\widehat{F} = \widehat{R} = 100°$,
- $\widehat{G} = \widehat{S} = 60°$.

a. Écris l'égalité de trois rapports de longueurs.

b. Explique comment obtenir :

- $EF \times TS = EG \times TR$
- $\dfrac{GE}{GF} = \dfrac{ST}{SR}$

8 ABCD est un parallélogramme, N un point du segment [DC] distinct de D et de C. La droite (AN) coupe (BC) en M.

a. Démontrer que les triangles ADN et ABM sont des triangles semblables.

b. Déduis-en que $DN \times BM = AB \times AD$.

Triangles semblables

1 Est-ce que ...

a. Deux triangles équilatéraux sont semblables ?

b. Deux triangles isocèles rectangles sont semblables ?

c. Deux triangles isocèles sont semblables ?

2 On considère (d) et (d') deux droites parallèles. Soit A et B deux points de (d), A' un point de (d') et O un point de la droite (AA') distinct de A et A'. La droite (BO) recoupe (d') en B'.

Les triangles OAB et OA'B' sont -ils semblables ?

3 Les côtés d'un triangle T ont pour longueur 6 cm, 8 cm et 9 cm. Un triangle T' est semblable à T et deux de ses côtés mesure 9 cm et 13,5 cm. Calcule la longueur du dernier côté de T'. Soit ABC un triangle. On note A', B', C' les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB].

Démontre que les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.

4 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] dont les diagonales se coupent en I.

(AD) et (BC) se coupent en J.

a. Démontrer que les triangles IAB et ICD sont semblables.

b. Démontrer que les triangles JAB et JDC sont semblables.

5 Soit ABC un triangle.

a. Place deux points E et F à l'extérieur du triangle ABC.

b. Construire le point G tel que le triangle EFG soit semblable au triangle ABC.

6 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] dont les diagonales se coupent en I.

La droite parallèle à la droite (AB) passant par I recoupe [AD] en E et [BC] en F.

a. Démontre que les triangles ABI et DCI d'une part et DAB et DIE d'autre part sont semblables.

b. Quel est le rapport de réduction de DAB à DIE ?

c. Démontre que les triangles ABC et IFC sont semblables.

d. Démontre que I est le milieu de [EF].

7 Trace deux triangles EFG et RST semblables tels que

- $\widehat{E} = \widehat{T} = 20°$,
- $\widehat{F} = \widehat{R} = 100°$,
- $\widehat{G} = \widehat{S} = 60°$.

a. Écris l'égalité de trois rapports de longueurs.

b. Explique comment obtenir :

- $EF \times TS = EG \times TR$
- $\dfrac{GE}{GF} = \dfrac{ST}{SR}$

8 ABCD est un parallélogramme, N un point du segment [DC] distinct de D et de C. La droite (AN) coupe (BC) en M.

a. Démontrer que les triangles ADN et ABM sont des triangles semblables.

b. Déduis-en que $DN \times BM = AB \times AD$.