5e

Mathématiques

REPÈRES ANNUELS de progression

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

POUR L'ÉCOLE DE LA CONFIANCE

REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION

NOMBRES ET CALCULS

Nombres décimaux relatifs

5e	4e	3e
Le travail mené au cycle 3 sur l'enchaînement des opérations, les comparaisons et le repérage sur une droite graduée de nombres décimaux positifs est poursuivi. Les nombres relatifs (d'abord entiers, puis décimaux) sont construits pour rendre possibles toutes les soustractions. La notion d'opposé est introduite, l'addition et la soustraction sont étendues aux nombres décimaux (positifs ou négatifs). Il est possible de mettre en évidence que soustraire un nombre revient à additionner son opposé, en s'appuyant sur des exemples à valeur générique du type : $3{,}1 - (-2) = 3{,}1 + 0 - (-2) = 3{,}1 + 2 + (-2) - (-2)$, donc $3{,}1 - (-2) = 3{,}1 + 2 + 0 = 3{,}1 + 2 = 5{,}1$	Le produit et le quotient de décimaux relatifs sont abordés.	Le travail est consolidé notamment lors des résolutions de problèmes.

Fractions, nombres rationnels

5e	4e	3e
La conception d'une fraction en tant que nombre, déjà abordée en sixième, est consolidée. Les élèves sont amenés à reconnaître et à produire des fractions égales (sans privilégier de méthode en particulier), à comparer, additionner et soustraire des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.	Un nombre rationnel est défini comme quotient d'un entier relatif par un entier relatif non nul, ce qui renvoie à la notion de fraction. Le quotient de deux nombres décimaux peut ne pas être un nombre décimal. La notion d'inverse est introduite, les opérations entre fractions sont étendues à la multiplication et la division. Les élèves sont conduits à comparer des nombres rationnels, à en utiliser différentes représentations et à passer de l'une à l'autre.	La notion de fraction irréductible est abordée, en lien avec celles de multiple et de diviseur qui sont travaillées tout au long du cycle.

NOMBRES ET CALCULS (suite)

Fractions, nombres rationnels (suite)

Au moins une des propriétés suivantes est démontrée, à partir de la définition d'un quotient : • $\frac{ab}{ac}=\frac{b}{c}$ • $a\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$ • $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ • $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$ Il est possible, à ce niveau, de se limiter à des exemples à valeur générique. Cependant, le professeur veille à spécifier que la vérification d'une propriété, même sur plusieurs exemples, n'en constitue pas une démonstration. Exemple de calcul fractionnaire permettant de démontrer que $\frac{3}{2}=\frac{15}{10}$ On commence par calculer $\frac{3}{2}\times 10$: $\frac{3}{2}\times 10=\frac{3}{2}\times 2\times 5$. La définition du quotient permet de simplifier par 2, puisque $\frac{3}{2}$ est le nombre qui, multiplié par 2, donne 3. Donc $\frac{3}{2}\times 10=3\times 5=15$. Par définition du quotient, il vient donc $\frac{3}{2}=\frac{15}{10}$, puisque $\frac{3}{2}$ multiplié par 10 donne 15.	Une ou plusieurs démonstrations de calculs fractionnaires sont présentées. Le recours au calcul littéral vient compléter pour tout ou partie des élèves l'utilisation d'exemples à valeurs génériques.	

NOMBRES ET CALCULS (suite)

	Racine carrée	
	La racine carrée est introduite, en lien avec des situations géométriques (théorème de Pythagore, agrandissement des aires) et à l'appui de la connaissance des carrés parfaits de 1 à 144 et de l'utilisation de la calculatrice.	La racine carrée est utilisée dans le cadre de la résolution de problèmes. *Aucune connaissance n'est attendue sur les propriétés algébriques des racines carrées.*
	Puissances	
	Les puissances de 10 sont d'abord introduites avec des exposants positifs, puis négatifs, afin de définir les préfixes de nano à giga et la notation scientifique. Celle-ci est utilisée pour comparer des nombres et déterminer des ordres de grandeurs, en lien d'autres disciplines. Les puissances de base quelconque d'exposants positifs sont introduites pour simplifier l'écriture de produits. *La connaissance des formules générales sur les produits ou quotients de puissances de 10 n'est pas un attendu du programme : la mise en œuvre des calculs sur les puissances découle de leur définition.*	Les puissances de base quelconque d'exposants négatifs sont introduites et utilisées pour simplifier des quotients. *La connaissance des formules générales sur les produits ou quotients de puissances n'est pas un attendu du programme : la mise en œuvre des calculs sur les puissances découle de leur définition.*
	Divisibilité, nombres premiers	
Tout au long du cycle, les élèves sont amenés à modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité et les nombres premiers.		
Le travail sur les multiples et les diviseurs, déjà abordé au cycle 3, est poursuivi. Il est enrichi par l'introduction de la notion de nombre premier. Les élèves se familiarisent avec la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30. Ceux-ci sont utilisés pour la décomposition en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est utilisée pour reconnaître et produire des fractions égales.	Les élèves déterminent la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 et l'utilisent pour décomposer des nombres en facteurs premiers, reconnaître et produire des fractions égales, simplifier des fractions.	La notion de fraction irréductible est introduite. L'utilisation d'un tableur, d'un logiciel de programmation ou d'une calculatrice permet d'étendre la procédure de décomposition en facteurs premiers.

NOMBRES ET CALCULS (suite)

Calcul littéral

Expressions littérales		
Les expressions littérales sont introduites à travers des formules mettant en jeu des grandeurs ou traduisant des programmes de calcul. L'usage de la lettre permet d'exprimer un résultat général (par exemple qu'un entier naturel est pair ou impair) ou de démontrer une propriété générale (par exemple que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3). Les notations du calcul littéral (par exemple 2a pour a × 2 ou 2 × a, ab pour a × b) sont progressivement utilisées, en lien avec les propriétés de la multiplication. Les élèves substituent une valeur numérique à une lettre pour calculer la valeur d'une expression littérale.	Le travail sur les formules est poursuivi, parallèlement à la présentation de la notion d'identité (égalité vraie pour toute valeur des indéterminées). La notion de solution d'une équation est formalisée.	Le travail sur les expressions littérales est consolidé avec des transformations d'expressions, des programmes de calcul, des mises en équations, des fonctions…
Distributivité		
Tôt dans l'année, sans attendre la maîtrise des opérations sur des nombres relatifs, la propriété de distributivité simple est utilisée pour réduire une expression littérale de la forme $ax + bx$, où a et b sont des nombres décimaux. Le lien est fait avec des procédures de calcul numérique déjà rencontrées au cycle 3 (calculs du type 12 × 50 ; 37 × 99 ; 3 × 23 + 7 × 23).	La structure d'une expression littérale (somme ou produit) est étudiée. La propriété de distributivité simple est formalisée et est utilisée pour développer un produit, factoriser une somme, réduire une expression littérale.	La double distributivité est abordée. Le lien est fait avec la simple distributivité. Il est possible de démontrer l'identité $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ en posant $k = a + b$ et en utilisant la simple distributivité.

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Équations		
Les élèves sont amenés à tester si une égalité où figure une lettre est vraie lorsqu'on lui attribue une valeur numérique. Les élèves testent des égalités par essais erreurs, à la main ou à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, des valeurs numériques dans des expressions littérales, ce qui constitue une première approche de la notion de solution d'une équation, sans formalisation à ce stade.	Les notions d'inconnue et de solution d'une équation sont abordées. Elles permettent d'aborder la mise en équation d'un problème et la résolution algébrique d'une équation du premier degré. *Les équations sont travaillées tout au long de l'année par un choix progressif des coefficients de l'équation.*	La factorisation d'une expression du type $a^2 - b^2$ permet de résoudre des équations produits se ramenant au premier degré (notamment des équations du type $x^2 = a$ en lien avec la racine carrée). *Aucune virtuosité calculatoire n'est attendue dans les développements et les factorisations.*

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS		
Statistiques		
Le traitement de données statistiques se prête à des calculs d'effectifs, de fréquences et de moyennes. Selon les situations, la représentation de données statistiques sous forme de tableaux, de diagrammes ou de graphiques est réalisée à la main ou à l'aide d'un tableur-grapheur. Les calculs et les représentations donnent lieu à des interprétations.	Un nouvel indicateur de position est introduit : la médiane. Le travail sur les représentations graphiques, le calcul, en particulier celui des effectifs et des fréquences, et l'interprétation des indicateurs de position est poursuivi.	Un indicateur de dispersion est introduit : l'étendue. Le travail sur les représentations graphiques, le calcul, en particulier celui des effectifs et des fréquences, et l'interprétation des indicateurs de position est consolidé. Un nouveau type de diagramme est introduit : les histogrammes pour des classes de même amplitude.
Probabilités		
Les élèves appréhendent le hasard à travers des expériences concrètes : pile ou face, dé, roue de loterie, urne… Le vocabulaire relatif aux probabilités (expérience aléatoire, issue, événement, probabilité) est utilisé. Le placement d'un événement sur une échelle de probabilités et la détermination de probabilités dans des situations très simples d'équiprobabilité contribuent à une familiarisation avec la modélisation mathématique du hasard. Pour exprimer une probabilité, on accepte des formulations du type « 2 chances sur 5 ».	Les calculs de probabilités concernent des situations simples, mais ne relevant pas nécessairement du modèle équiprobable. Le lien est fait entre les probabilités de deux événements contraires.	Le constat de la stabilisation des fréquences s'appuie sur la simulation d'expériences aléatoires à une épreuve à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation. Les calculs de probabilités, à partir de dénombrements, s'appliquent à des contextes simples faisant prioritairement intervenir une seule épreuve. Dans des cas très simples, il est cependant possible d'introduire des expériences à deux épreuves. Les dénombrements s'appuient alors uniquement sur des tableaux à double entrée, la notion d'arbre ne figurant pas au programme. Les élèves simulent une expérience aléatoire à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation.

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS (suite)

Proportionnalité

Les élèves sont confrontés à des situations relevant ou non de la proportionnalité. Des procédures variées (linéarité, passage par l'unité, coefficient de proportionnalité), déjà étudiées au cycle 3, permettent de résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.	Le calcul d'une quatrième proportionnelle est systématisé et les points de vue se diversifient avec l'utilisation de représentations graphiques, du calcul littéral et de problèmes de géométrie relevant de la proportionnalité (configuration de Thalès dans le cas des triangles emboîtés, agrandissement et réduction).	Le lien est fait entre taux d'évolution et coefficient multiplicateur, ainsi qu'entre la proportionnalité et les fonctions linéaires. Le champ des problèmes de géométrie relevant de la proportionnalité est élargi (homothéties, triangles semblables, configurations de Thalès).

Fonctions

La dépendance de deux grandeurs est traduite par un tableau de valeurs ou une formule.	La dépendance de deux grandeurs est traduite par un tableau de valeurs, une formule, un graphique. Les représentations graphiques permettent de déterminer des images et des antécédents, qui sont interprétés en fonction du contexte. *La notation et le vocabulaire fonctionnels ne sont pas formalisés en 4e.*	Les notions de variable, de fonction, d'antécédent, d'image sont formalisées et les notations fonctionnelles sont utilisées. Un travail est mené sur le passage d'un mode de représentation d'une fonction (graphique, symbolique, tableau de valeurs) à un autre. Les fonctions affines et linéaires sont présentées par leurs expressions algébriques et leurs représentations graphiques. Les fonctions sont utilisées pour modéliser des phénomènes continus et résoudre des problèmes.

GRANDEURS ET MESURES

Calculs sur des grandeurs mesurables

La connaissance des formules donnant les aires du rectangle, du triangle et du disque, ainsi que le volume du pavé droit est entretenue à travers la résolution de problèmes. Elle est enrichie par celles de l'aire du parallélogramme, du volume du prisme et du cylindre. La correspondance entre unités de volume et de contenance est faite. Les calculs portent aussi sur des durées et des horaires, en prenant appui sur des contextes issus d'autres disciplines ou de la vie quotidienne. Les élèves sont sensibilisés au contrôle de la cohérence des résultats du point de vue des unités.	Le lexique des formules s'étend au volume des pyramides et du cône. Le lien est fait entre le volume d'une pyramide (respectivement d'un cône) et celui du prisme droit (respectivement du cylindre) construit sur sa base et ayant même hauteur. Des grandeurs produits (par exemple trafic, énergie) et des grandeurs quotients (par exemple vitesse, débit, concentration, masse volumique) sont introduites à travers la résolution de problèmes. Les conversions d'unités sont travaillées. Les élèves sont sensibilisés au contrôle de la cohérence des résultats du point de vue des unités des grandeurs composées.	La formule donnant le volume d'une boule est utilisée. Le travail sur les grandeurs mesurables et les unités est poursuivi. Il est possible de réinvestir le calcul avec les puissances de 10 pour les conversions d'unités. Par exemple, à partir de : $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$, il vient $1 \text{ m}^3 = (1 \text{ m})^3 = (10^2 \text{ cm})^3 = 10^6 \text{ cm}^3$ ou, à partir de : $1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m}$, il vient $1 \text{ dm}^3 = (10^{-1} \text{ m})^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$.

Effet des transformations sur des grandeurs géométriques

Les élèves connaissent et utilisent l'effet des symétries axiale et centrale sur les longueurs, les aires, les angles.	Les élèves connaissent et utilisent l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes. Ils le travaillent en lien avec la proportionnalité.	Les élèves connaissent et utilisent l'effet des transformations au programme (symétries, translations, rotations, homothéties) sur les longueurs, les angles, les aires et les volumes. Le lien est fait entre la proportionnalité et certaines configurations ou transformations géométriques (triangles semblables, homothéties).

ESPACE ET GÉOMÉTRIE		
Représenter l'espace		
Le repérage se fait sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère orthogonal. Dans la continuité de ce qui a été travaillé au cycle 3, la reconnaissance de solides (pavé droit, cube, cylindre, pyramide, cône, boule) s'effectue à partir d'un objet réel, d'une image, d'une représentation en perspective cavalière ou sur un logiciel de géométrie dynamique. Les élèves construisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé droit ou d'un cylindre.	Le repérage se fait dans un pavé droit (abscisse, ordonnée, altitude). Les élèves produisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'une pyramide ou d'un cône.	Le repérage s'étend à la sphère (latitude, longitude). Un logiciel de géométrie est utilisé pour visualiser des solides et leurs sections planes. Les élèves produisent et mettent en relation différentes représentations des solides étudiés (patrons, représentation en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe).

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)		
Géométrie plane		
Figures et configurations		
La caractérisation angulaire du parallélisme (angles alternes-internes et angles correspondants) est énoncée. La valeur de la somme des angles d'un triangle peut être démontrée et est utilisée. L'inégalité triangulaire est énoncée. Le lien est fait entre l'inégalité triangulaire et la construction d'un triangle à partir de la donnée de trois longueurs. Des constructions de triangles à partir de la mesure d'une longueur et de deux angles ou d'un angle et de deux longueurs sont proposées. Le parallélogramme est défini à partir de l'une de ses propriétés : parallélisme des couples de côtés opposés ou intersection des diagonales. L'autre propriété est démontrée et devient une propriété caractéristique. Il est alors montré que les côtés opposés d'un parallélogramme sont deux à deux de même longueur grâce aux propriétés de la symétrie. Les propriétés relatives aux côtés et aux diagonales d'un parallélogramme sont mises en œuvre pour effectuer des constructions et mener des raisonnements. Les élèves consolident le travail sur les codages de figures : interprétation d'une figure codée ou réalisation d'un codage. Les élèves découvrent de nouvelles droites remarquables du triangle : les hauteurs. Ils poursuivent le travail engagé au cycle 3 sur la médiatrice dans le cadre de résolution de problèmes. Ils peuvent par exemple être amenés à démontrer que les médiatrices d'un triangle sont concourantes.	Les cas d'égalité des triangles sont présentés et utilisés pour résoudre des problèmes. Le lien est fait avec la construction d'un triangle de mesures données (trois longueurs, une longueur et deux angles, deux longueurs et un angle). Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration des triangles emboîtés sont énoncés et utilisés, ainsi que le théorème de Pythagore (plusieurs démonstrations possibles) et sa réciproque. La définition du cosinus d'un angle d'un triangle rectangle découle, grâce au théorème de Thalès, de l'indépendance du rapport des longueurs le définissant. *Une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve est aménagée, de manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration. Aucun formalisme excessif n'est exigé dans la rédaction.*	Une définition et une caractérisation des triangles semblables sont données. Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration du papillon sont énoncés et utilisés (démonstration possible, utilisant une symétrie centrale pour se ramener à la configuration étudiée en quatrième). Les lignes trigonométriques (cosinus, sinus, tangente) dans le triangle rectangle sont utilisées pour calculer des longueurs ou des angles. Deux triangles semblables peuvent être définis par la proportionnalité des mesures de leurs côtés. Une caractérisation angulaire de cette définition peut être donnée et démontrée à partir d'un cas d'égalité des triangles et d'une caractérisation angulaire du parallélisme.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)		
Transformations		
Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par symétrie centrale. Cela permet de découvrir les propriétés de la symétrie centrale (conservation de l'alignement, du parallélisme, des longueurs, des angles) qui sont ensuite admises et utilisées. Le lien est fait entre la symétrie centrale et le parallélogramme. Les élèves identifient des symétries axiales ou centrales dans des frises, des pavages, des rosaces.	Les élèves sont amenés à transformer (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par translation. Ils identifient des translations dans des frises ou des pavages ; le lien est alors fait entre translation et parallélogramme. *La définition ponctuelle d'une translation ne figure pas au programme. Toutefois, par commodité, la translation transformant le point A en le point B pourra être nommée « translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ », mais aucune connaissance n'est attendue sur l'objet « vecteur ».*	Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par rotation et par homothétie (de rapport positif ou négatif). Le lien est fait entre angle et rotation, entre le théorème de Thalès et les homothéties. Les élèves identifient des transformations dans des frises, des pavages, des rosaces. *Les définitions ponctuelles d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie ne figurent pas au programme.* *Pour faire le lien entre les transformations et les configurations du programme, il est possible d'identifier (à la main ou à l'aide d'un logiciel de géométrie) l'effet, sur un triangle donné, de l'enchaînement d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie, voire d'une symétrie axiale et réciproquement, pour deux triangles semblables donnés, chercher des transformations transformant l'un en l'autre.*

ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

Écrire, mettre au point, exécuter un programme

Les repères qui suivent indiquent une progressivité dans le **niveau de complexité des activités** relevant de ce thème. Certains élèves sont capables de réaliser des activités de troisième niveau dès le début du cycle.

1er niveau	2e niveau	3e niveau
À un premier niveau, les élèves mettent en ordre et/ou complètent des blocs Scratch fournis par le professeur pour construire un programme simple. L'utilisation progressive des instructions conditionnelles et/ou de la boucle « répéter … fois ») permet d'écrire des scripts de déplacement, de construction géométrique ou de programme de calcul.	À un deuxième niveau, les connaissances et les compétences en algorithmique et en programmation s'élargissent par : - l'écriture d'une séquence d'instructions (boucle « si … alors » et boucle « répéter … fois ») ; - l'écriture de programmes déclenchés par des événements extérieurs ; - l'intégration d'une variable dans un programme de déplacement, de construction géométrique, de calcul ou de simulation d'une expérience aléatoire.	À un troisième niveau, l'utilisation simultanée de boucles « répéter … fois », et « répéter jusqu'à … » et d'instructions conditionnelles permet de réaliser des figures, des calculs et des déplacements plus complexes. L'écriture de plusieurs scripts fonctionnant en parallèle permet de gérer les interactions et de créer des jeux. La décomposition d'un problème en sous-problèmes et la traduction d'un sous-problème par la création d'un bloc-utilisateur contribuent au développement des compétences visées.

ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE

NOMBRES ET CALCULS

• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Ce que sait faire l'élève

Nombres

- Il utilise, dans le cas des nombres décimaux, les écritures décimales et fractionnaires et passe de l'une à l'autre, en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes.
- Il relie fractions, proportions et pourcentages.
- Il décompose une fraction sous la forme d'une somme (ou d'une différence) d'un entier et d'une fraction.
- Il utilise la notion d'opposé.

Exemples de réussite

Nombres

♦ Il exprime le nombre $2{,}5+\frac{23}{100}+\frac{7}{5}$ sous formes décimale et fractionnaire.

♦ Pour calculer 20 % de 70 €, il effectue $\frac{20}{100}\times 70$ ou 0,2 × 70.

♦ Il décompose : $\frac{15}{7}=2+\frac{1}{7}$ ou $\frac{15}{7}=3-\frac{6}{7}$.

♦ Il détermine l'opposé d'un nombre relatif.

♦ Il sait que soustraire revient à additionner l'opposé.

Ce que sait faire l'élève

Comparaison de nombres

- Il reconnaît et produit des fractions égales.
- Il compare, range, encadre des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.
- Il repère sur une droite graduée les nombres décimaux relatifs.

Exemples de réussite

Comparaison de nombres

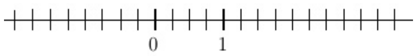
▪ Dans la liste suivante, entoure toutes les fractions égales à $\frac{14}{6}$: $\frac{28}{6}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{140}{60}$; $\frac{15}{7}$; $\frac{56}{24}$.

♦ Il simplifie $\frac{39}{12}$.

♦ Il range dans l'ordre croissant : $\frac{1}{3}$; $\frac{25}{6}$; 2 ; $\frac{5}{3}$.

▪ Complète les encadrements suivants par deux entiers consécutifs : … < $\frac{15}{7}$ < … et …< $\frac{-20}{3}$ < … .

▪ Place sur la droite graduée les nombres suivants :
$\frac{9}{4}$; 0,25 ; -0,75 ; $\frac{5}{4}$; 2,75 ; $\frac{5}{2}$; -1,25.



Ce que sait faire l'élève

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

- Il traduit un enchaînement d'opérations à l'aide d'une expression avec des parenthèses.
- Il effectue mentalement, à la main ou l'aide d'une calculatrice un enchaînement d'opérations en respectant les priorités opératoires.
- Il additionne et soustrait des nombres décimaux relatifs.
- Il additionne ou soustrait des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.
- Il contrôle la vraisemblance d'un résultat.
- Il résout des problèmes faisant intervenir des nombres décimaux relatifs et des fractions.

Exemples de réussite

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

Ajouter 3 Multiplier par 9 Soustraire 5

- Pour appliquer le programme de calcul ci-contre au nombre 7, il effectue le calcul (7 + 3) × 9 - 5.
- Calcule mentalement : 5 + 3 × 4 ; 10 - (1 + 6) ; 12 - 8 + 2.
  Calcule à la main : 5,5 + 6 × 2,4 ; 12 - (5,3 + 3,8) ; 16,2 - 9,4 + 3,8.
  Effectue : (7 + 3) × 9 - 5.
- Il vérifie ses résultats à l'aide de la calculatrice.
- Calcule mentalement : -9 + 6 ; -5,6 - 3 ; 4 - 9 ; -12 - (-2).
- Il calcule, sans passer par l'écriture décimale :
  $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$; $\frac{23}{10}-\frac{5}{10}$; $\frac{3}{7}-\frac{2}{7}$; $\frac{5}{12}+\frac{4}{3}$; $\frac{11}{9}-\frac{1}{3}$; $\frac{5}{2}-\frac{1}{4}$.
- Il exclut des réponses aberrantes à un problème donné, par exemple 8,12 m pour la taille d'une personne ou 15 cm^2 pour l'aire d'un champ.

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

Ce que sait faire l'élève

- Il calcule le quotient et le reste dans une division euclidienne.
- Il détermine si un nombre entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre nombre entier.
- Il détermine les nombres premiers inférieurs ou égaux à 30.
- Il utilise les critères de divisibilité (par 2, 3, 5, 9, 10).
- Il décompose un nombre entier strictement positif en produit de facteurs premiers inférieurs à 30.
- Il utilise la décomposition en facteurs premiers inférieurs à 30 pour produire des fractions égales (simplification ou mise au même dénominateur).
- Il modélise et résout des problèmes faisant intervenir les notions de multiple, de diviseur, de quotient et de reste.

Exemples de réussite

- 147 élèves sont répartis par équipe de 16 pour un concours. Combien d'équipes entières peut-on constituer ? Combien manquerait-il d'élèves pour constituer la dernière équipe ?
- Il identifie les multiples de 14 parmi les nombres suivants : 56 ; 141 ; 280.
- Il dresse la liste des diviseurs de 28.
- Il retrouve la liste des nombres premiers inférieurs à 30.

- Détermine, parmi les nombres 2, 3, 5, 9 et 10, les diviseurs de 456 et 1980.
- Il décompose 84 en produit de facteurs premiers.
- Il utilise la décomposition en produit de facteurs premiers pour simplifier $\frac{153}{85}$.

Problèmes faisant intervenir les notions de multiple, de diviseur, de quotient et de reste

- Un garçon de café doit répartir 36 croissants et 24 pains au chocolat dans des corbeilles. Chaque corbeille doit avoir le même contenu. Quelles sont les répartitions possibles ?
- Un bibliothécaire doit répartir 420 livres sur des étagères. Chaque étagère doit contenir le même nombre de livres.
  Est-ce possible avec 18 étagères ? Avec 21 étagères ?

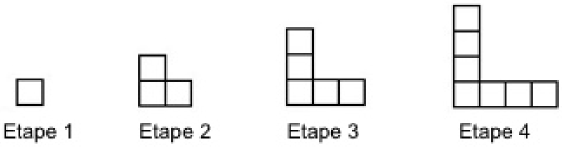
Utiliser le calcul littéral

Ce que sait faire l'élève

- Il utilise les notations 2*a* pour $a \times 2$ ou $2 \times a$ et *ab* pour $a \times b$, a^2 pour $a \times a$ et a^3 pour $a \times a \times a$.
- Il utilise la distributivité simple pour réduire une expression littérale de la forme $ax + bx$ où *a* et *b* sont des nombres décimaux.
- Il produit une expression littérale pour élaborer une formule ou traduire un programme de calcul.
- Il utilise une lettre pour traduire des propriétés générales.
- Il utilise une lettre pour démontrer une propriété générale.
- Il substitue une valeur numérique à une lettre pour :
  - calculer la valeur d'une expression littérale ;
  - tester, à la main ou de façon instrumentée, si une égalité où figurent une ou deux indéterminées est vraie quand on leur attribue des valeurs numériques ;
  - contrôler son résultat.

Exemples de réussite

- Il simplifie l'écriture des expressions suivantes : $5 \times a + 3 \times b$; $x \times y$; $2 \times l + 2 \times L$; $2 \times \pi \times r$; $\pi \times r \times r$; $c \times c \times c$; $3{,}2 \times x \times 3 \times x$; $4x \times 2x \times 3x$.
- Il réduit des expressions du type : $5{,}2x + 3{,}4x$; $2{,}4x - 2{,}1x$.
- Élabore une formule permettant de calculer le nombre de carrés à partir du nombre d'étapes :



- Exprime en fonction du nombre initial le programme de calcul suivant :
  « Choisir un nombre ; lui ajouter 2 ; multiplier le résultat par 3 ; enlever 6 ».
- Il exprime de façon littérale l'entier qui suit un entier *n*, ou l'entier qui le précède.
- Il écrit la forme générale d'un multiple de 3, des nombres entiers naturels pairs et impairs.
- Il démontre que la somme de deux entiers consécutifs est impaire.
- Il démontre que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3.
- Il calcule mentalement $7a$ et $a + 17$ pour $a = 8$.
- Il calcule mentalement $3x + 5y$ pour $x = 2$ et $y = 1$.
- Il fait un test numérique pour montrer que les expressions $4 + 3x$ et $7x$ ne sont pas égales.
- Il utilise une calculatrice pour vérifier ses calculs et ses tests numériques.

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

Interpréter, représenter et traiter des données

Ce que sait faire l'élève

- Il recueille et organise des données.
- Il lit et interprète des données brutes ou présentées sous forme de tableaux, de diagrammes et de graphiques.
- Il représente, sur papier ou à l'aide d'un tableur-grapheur, des données sous la forme d'un tableau, d'un diagramme ou d'un graphique.
- Il calcule des effectifs et des fréquences.
- Il calcule et interprète la moyenne d'une série de données.

Exemples de réussite

▪ On demande à des élèves leur pointure de pieds ; voici les résultats : 38 ; 36 ; 38 ; 35 ; 34 ; 37 ; 37 ; 40 ; 39 ; 41 ; 39 ; 41 ; 37 ; 36 ; 36 ; 42 ; 41 ; 37 ; 39 ; 38.
Complète le tableau suivant :

Pointure	34	35	36	37	38	39	40	41	42
Effectif									

♦ Il exploite :
- un tableau d'effectifs ;
- un diagramme en bâtons ;
- un diagramme circulaire ne faisant pas intervenir des mesures d'angles supérieures à 180° ;
- un diagramme semi-circulaire ;
- un graphique.

On demandera de réaliser un diagramme en bâtons, circulaire ou semi-circulaire à partir de données brutes ou d'un tableau d'effectifs.

♦ Il calcule un effectif total ou la fréquence d'une valeur à partir de données brutes, d'un tableau d'effectifs ou d'un diagramme en bâtons.

▪ Complète le tableau suivant qui résume le sport principalement pratiqué par des élèves interrogés au sein d'un collège.

Sport	Football	Tennis	Basket-ball	Athlétisme	**TOTAL**
Effectif	26	15	23		**80**
Fréquence (en %)					

♦ Il sait exprimer des fréquences sous forme fractionnaire, en écriture décimale ou sous la forme d'un pourcentage.

♦ Il calcule une moyenne simple ou pondérée à partir de données brutes, d'un tableau d'effectifs ou d'un diagramme en bâtons.

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

Ce que sait faire l'élève

- Il place un événement sur une échelle de probabilités.
- Il calcule des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité.

Exemples de réussite

- Il place sur une échelle de probabilité des événements de la vie courante : par exemple obtenir 10 fois de suite le nombre 6 en lançant un dé, ne pas gagner la cagnotte du Loto, obtenir pile en lançant une pièce.
- Il calcule la probabilité de tomber sur le nombre 2 en lançant un dé à 6 faces ; de tomber sur une boule verte en piochant au hasard une boule dans une urne contenant 3 boules vertes et 4 boules jaunes.
- Il calcule la probabilité de gagner à un jeu (roue de loterie, jeux de dés simples).

Résoudre des problèmes de proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- Il reconnaît une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité entre deux grandeurs.
- Il partage une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné.
- Il résout des problèmes de proportionnalité dans diverses situations pouvant faire intervenir des pourcentages ou des échelles. Pour cela, il met en œuvre des procédures variées (additivité, homogénéité, passage à l'unité, coefficient de proportionnalité).

Exemples de réussite

Exemples de situations de proportionnalité : côté et périmètre d'un carré, diamètre et longueur d'un cercle, masse et prix d'une denrée.

Exemples de non-proportionnalité : côté et aire d'un carré, âge et taille d'une personne.

- Il partage 10 € en deux parts selon le ratio 2:3.
- Il retrouve la quantité d'huile et de vinaigre pour 500 mL de vinaigrette réalisée dans le ratio 3:1.
- Il partage une masse de 1,2 kg en trois parts selon le ratio 1:2:3 pour une recette de cuisine.
- Il applique et calcule des pourcentages simples (10 % ; 25 % ; 50 %) ou des échelles simples (1:2 ; 1:4 ; 1:10…), éventuellement dans le cadre de la résolution de problèmes.
- Il calcule une remise pendant les soldes, un prix avant réduction, une distance (réelle, sur une carte).

Comprendre et utiliser la notion de fonction

Ce que sait faire l'élève

- Il traduit la relation de dépendance entre deux grandeurs par un tableau de valeur.
- Il produit une formule représentant la dépendance de deux grandeurs.

Exemples de réussite

- À partir d'une formule donnée, il traduit dans un tableau de valeurs la dépendance entre la distance de freinage et la vitesse, entre la température ressentie pour un vent de 60 km/h et la température ambiante.
- Il exprime l'aire d'un carré en fonction de la longueur de son côté, le volume d'un cylindre de rayon 3 cm en fonction de sa hauteur.

GRANDEURS ET MESURES

• Ce que sait faire l’élève ♦ Type d’exercice ▪ Exemple d’énoncé *Indication générale*

Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées

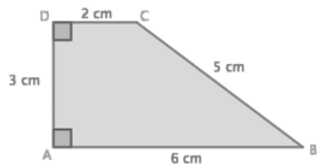
Ce que sait faire l’élève

- Il effectue des calculs de durées et d’horaires.
- Il calcule le périmètre et l’aire des figures usuelles (rectangle, parallélogramme, triangle, disque).
- Il calcule le périmètre et l’aire d’un assemblage de figures.
- Il calcule le volume d’un pavé droit, d’un prisme droit, d’un cylindre.
- Il calcule le volume d’un assemblage de ces solides.
- Il exprime les résultats dans l’unité adaptée.
- Il vérifie la cohérence des résultats du point de vue des unités pour les calculs de durées, de longueurs, d’aires ou de volumes.
- Il effectue des conversions d’unités de longueurs, d’aires, de volumes et de durées.
- Il utilise la correspondance entre les unités de volume et de contenance (1 L = 1 dm^3, 1 000 L = 1 m^3) pour effectuer des conversions.

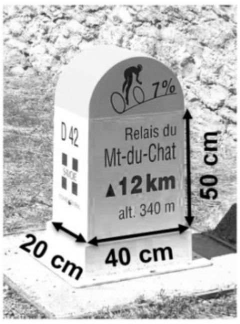
Exemples de réussite

♦ Connaissant deux données d’un trajet parmi l’heure de départ, l’heure d’arrivée et la durée, il calcule la donnée manquante. Par exemple, il calcule une heure de départ connaissant la durée du trajet et l’heure d’arrivée.

▪ Calcule le périmètre et l’aire de la figure suivante :



▪ Calcule le volume du solide suivant, composé d’un pavé droit surmonté d’un demi-cylindre (sans considérer le socle) :



♦ Il exprime les durées en heures, minutes, secondes, les longueurs en mètres, les aires en mètres carrés et les volumes en mètres cubes.

▪ Identifie l’erreur commise dans cette réponse :
« Le volume d’un cube de 3 cm de côté est égal à 27 cm^2. »

♦ Il convertit 350 000 m en km ; 0,05 m² en cm² ; 12 hm^3 en dm^3 ; 2,8 h en h et min.

♦ Il convertit 33 cL en cm^3 ; 1 500 cm^3 en L.

Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques

Ce que sait faire l'élève

- Il comprend l'effet des symétries (axiale et centrale) : conservation du parallélisme, des longueurs et des angles.
- Il utilise l'échelle d'une carte.

Exemples de réussite

- Il détermine des longueurs et des mesures d'angles en utilisant les propriétés de conservation des symétries (axiale et centrale).
- Il prouve que deux droites sont parallèles en utilisant la conservation du parallélisme par les symétries (axiale et centrale).
- Il calcule une longueur en utilisant l'échelle d'une carte.
- Il détermine l'échelle d'une carte à partir de longueurs données.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE			
• Ce que sait faire l'élève	♦ Type d'exercice	▪ Exemple d'énoncé	*Indication générale*

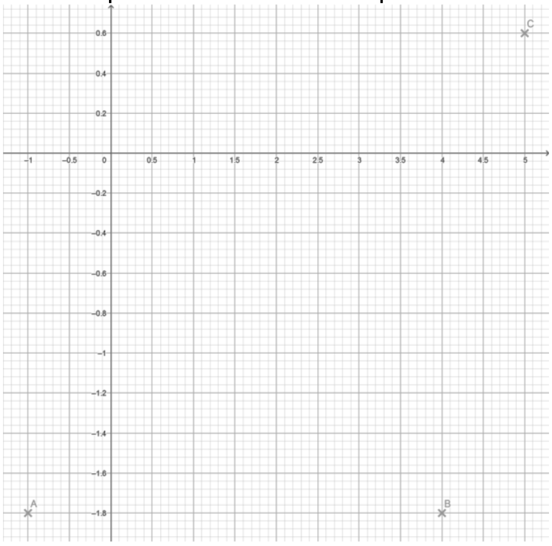
Représenter l'espace

Ce que sait faire l'élève

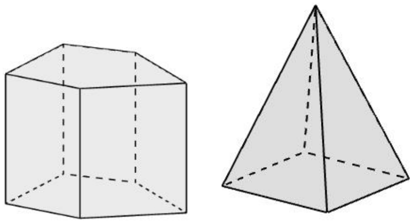
- Il se repère sur une droite graduée et dans le plan muni d'un repère orthogonal.
- Il reconnaît des solides (pavé droit, cube, cylindre, prisme droit, pyramide, cône, boule) à partir d'un objet réel, d'une image, d'une représentation en perspective cavalière.
- Il construit et met en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé droit, d'un cylindre.

Exemples de réussite

- ♦ Il place des points ayant pour coordonnées des nombres relatifs dans un repère orthogonal.
- ▪ Donne les coordonnées des points A, B et C placés dans le repère orthogonal suivant. Quelles seraient les coordonnées du point D si on souhaite que ABCD soit un parallélogramme ?



- ▪ Nomme les solides représentés par les figures suivantes :



- ♦ Il identifie les solides dans des objets du quotidien :



- ♦ Il construit la représentation en perspective cavalière d'un cylindre.
- ♦ Il construit le patron d'un pavé droit.

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

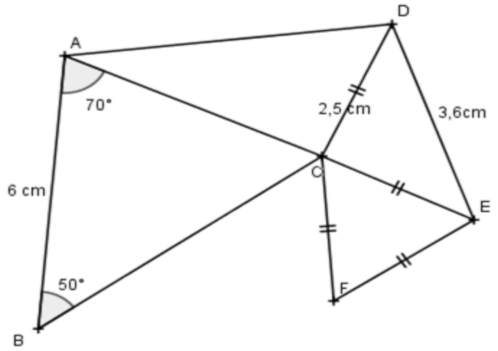
Ce que sait faire l'élève

- À partir des connaissances suivantes :
  - le codage des figures ;
  - les caractérisations angulaires du parallélisme (angles alternes internes, angles correspondants) ;
  - la somme des angles d'un triangle ;
  - l'inégalité triangulaire ;
  - une définition et une propriété caractéristique du parallélogramme ;
  - la définition de la médiatrice ;
  - la définition des hauteurs d'un triangle,

  il met en œuvre et écrit un protocole de construction de triangles, de parallélogrammes et d'un assemblage de figures.
- Il transforme une figure par symétrie centrale.
- Il comprend l'effet des symétries (axiale et centrale) sur des figures : conservation du parallélisme, des longueurs et des angles.
- Il identifie des symétries dans des frises, des pavages, des rosaces.
- Il mobilise les connaissances des figures, des configurations et des symétries pour déterminer des grandeurs géométriques.
- Il mène des raisonnements en utilisant des propriétés des figures, des configurations et des symétries.

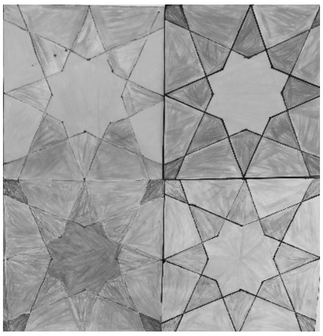
Exemples de réussite

- Il trace des triangles et des parallélogrammes donnés sous forme de figure à main levée ou d'un texte.
- Trace un triangle ABC isocèle en B tel que AB = 5 cm et $\widehat{ABC}$ = 130°.
- Trace un parallélogramme GRIS tel que GS = 2 cm, SI = 5 cm et $\widehat{GSI}$ mesure 50°.
- Il trace en vraie grandeur la figure ci-dessous et explique son protocole de construction.



- Il construit les images par une symétrie centrale de segments, de droites, de cercles, de triangles ou d'assemblages de ces figures.
- Il construit en justifiant la démarche et en utilisant plusieurs méthodes le symétrique d'une droite, d'un segment, d'un cercle, d'un triangle par rapport à un point ou à une droite.

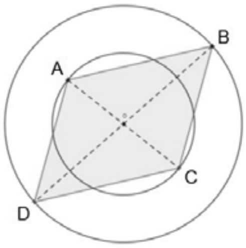
- Identifie des symétries dans le pavage dont on a représenté une portion ci-dessous :



- Il identifie des symétries dans la frise dont on a représenté une portion ci-dessous :

- Il détermine l'aire de la portion de frise suivante connaissant l'aire du motif élémentaire « goutte ».

- Dans la configuration suivante, démontre que ABCD est un parallélogramme.



ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

- Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

Le niveau 1 est attendu en fin de 5e ; il est possible que certains élèves aillent au-delà.

Écrire, mettre au point, exécuter un programme

Ce que sait faire l'élève

Niveau 1

- Il réalise des activités d'algorithmique débranchée.
- Il met en ordre et/ou complète des blocs fournis par le professeur pour construire un programme simple sur un logiciel de programmation.
- Il écrit un script de déplacement ou de construction géométrique utilisant des instructions conditionnelles et/ou la boucle « Répéter … fois ».

Niveau 2

- Il gère le déclenchement d'un script en réponse à un événement.
- Il écrit une séquence d'instructions (boucle « si … alors » et boucle « répéter … fois »).
- Il intègre une variable dans un programme de déplacement, de construction géométrique ou de calcul.

Niveau 3

- Il décompose un problème en sous-problèmes et traduit un sous-problème en créant un « bloc-personnalisé ».
- Il construit une figure en créant un motif et en le reproduisant à l'aide d'une boucle.
- Il utilise simultanément les boucles « Répéter … fois », et « Répéter jusqu'à … » ainsi que les instructions conditionnelles pour réaliser des figures, des programmes de calculs, des déplacements, des simulations d'expérience aléatoire.
- Il écrit plusieurs scripts fonctionnant en parallèle pour gérer des interactions et créer des jeux.

Exemples de réussite

Niveau 1

♦ Il comprend ce que font des assemblages simples de blocs de programmation, par exemple au travers de questions flash.

♦ Il retrouve parmi des programmes donnés celui qui permet d'obtenir une figure donnée, et inversement.

♦ Sans utiliser de langage informatique formalisé, il écrit un algorithme pour décrire un déplacement ou un calcul.

♦ Il décrit ce que fait un assemblage simple de blocs de programmation.

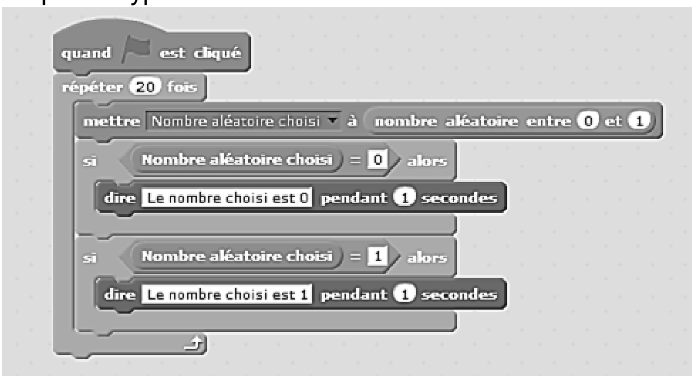
♦ Il ordonne des blocs en fonction d'une consigne donnée.

▪ Assemble correctement les blocs ci-contre pour permettre au lutin de tracer un carré de longueur 100 pixels :

- Il produit seul un programme de construction d'un triangle équilatéral, d'un carré ou d'un rectangle en utilisant la boucle :

Niveau 2

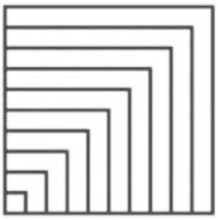
- Il gère l'interaction entre deux lutins, par exemple en faisant dire une phrase à l'un lorsque l'autre le touche.
- Il produit des scripts du type :



- Il produit seul un programme de construction d'un triangle équilatéral, d'un carré, d'un rectangle ou d'un parallélogramme dans lequel l'utilisateur saisi la mesure de la longueur d'au moins un côté.

Niveau 3

- Il reproduit une frise donnée reproduisant un motif grâce à un bloc personnalisé.
- Il produit un programme réalisant une figure du type :



- Il utilise un logiciel de programmation pour réaliser la simulation d'une expérience aléatoire, par exemple : « Programmer un lutin pour qu'il énonce 100 nombres aléatoires « 0 » ou « 1 » et qu'il compte le nombre de « 0 » et de « 1 » obtenus. »
- Il programme un jeu avec un logiciel de programmation par blocs utilisant au moins 2 lutins avec des scripts en parallèle. Il mobilise des capacités acquises précédemment dans les niveaux 1, 2 et 3.